Instituto Federal do Tocantins
CAMPUS PALMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

DIVANEZ ALVES CORREIA

ENSINO DE POLINÔMIOS: CADERNO DE ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

PALMAS - TO
2021

DIVANEZ ALVES CORREIA

ENSINO DE POLINÔMIOS: CADERNO DE ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo campus Palmas do Instituto Federal do Tocantins, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestra em Educação Profissional e Tecnológica.

Orientador: Prof. Doutor Wallysonn Alves de Souza

PALMAS - TO

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Bibliotecas do Instituto Federal do Tocantins

A474e Alves Correia, Divanez
ENSINO DE POLINÔMIOS: Caderno de atividades com o geogebra / Divanez Alves Correia. – Palmas, TO, 2021.
83 p. : il. color.

Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Campus Palmas, Palmas, TO, 2021.

Orientador: Wallysonn Alves de Souza

1. Ensino de polinômios. 2. Matemática e tecnologia. 3. Geogebra. I. Alves de Souza, Wallysonn. II. Título.

CDD 370

A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio, deste documento é autorizada para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.
Elaborado pelo sistema de geração automatica de ficha catalográfica do IFTO com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

INSTITUTO FEDERAL DO TOCANTINS
Autarquia criada pela Lei n° 11.892 de 29 de Dezembro de 2008

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

DIVANEZ ALVES CORREIA

ENSINO DE POLINÔMIOS: CADERNO DE ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo Instituto Federal do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Profissional e Tecnológica.

Aprovado em 30 de agosto de 2021.

COMISSÃO EXAMINADORA

_____

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
Orientador

_____

Prof. Dr. Albano Dias Pereira Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
(Membro interno)

_____

Prof. Dr. Duelci Aparecido, de Freitas Vaz
Instituto Federal de Goiás
(Membro externo)

_____

Prof. Dr. Valci Ferreira Victor
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
(Suplente)

INSTITUTO FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Autarquia criada pela Lei n° 11.892 de 29 de Dezembro de 2008

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

DIVANEZ ALVES CORREIA

ENSINO DE POLINÔMIOS: CADERNO DE ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo Instituto Federal do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do título de Mestra em Educação Profissional e Tecnológica.

Aprovado em 30 de agosto de 2021.

COMISSÃO EXAMINADORA

_____

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
Orientador

_____

Prof. Dr. Albano Dias Pereira Filho
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
(Membro interno)

_____

Prof. Dr. Duelci Aparecido, de Freitas Vaz
Instituto Federal de Goiás
(Membro externo)

_____

Prof. Dr. Valci Ferreira Victor
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins
(Suplente)

À minha amiga e colega de turma, Fátima Domingos (in memorian), pela amizade e pela acolhida em seu apartamento, nos dias letivos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por guiar minha vida.

À minha filha Olga Lis (minha Florzinha), por toda a compreensão apesar da pouca idade, e por nunca ter reclamado a minha ausência.

À minha saudosa amiga Fátima Domingos (*in memorian*) pela amizade e pela acolhida em sua casa.

À Cleidiane, Zé Filho, Heloysa, João Vítor e Dona Luiza por acolher Olga na minha ausência.

À minha mãe que, por vezes, se deslocou de uma cidade a outra para cuidar de mim, da minha casa e da minha filha.

À Claudinha e Ângelo pela força em todos os momentos e por cuidar de Iara (Iara – minha cadelinha querida partiu deixando a dor da saudade).

Aos meus irmãos pelo apoio em todos os momentos.

À minha cunhada Tânia Maria e seu sobrinho Marcelo, pela força num momento difícil.

Ao professor e orientador Professor Dr. Wallysonn Alves de Souza pela compreensão e carinho na orientação.

Ao Instituto Federal de Mato Grosso, ao professor Alexsandro e todos os participantes da pesquisa.

A Coordenação e a todos os Professores do Mestrado ProfEPT por me proporcionar a reflexão sobre o processo ensino-aprendizagem na esfera pública;

À minha turma de mestrado pelo companheirismo durante o percurso.

À Eva e ao Gil, para sempre meus amigos.

"*Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção*".

(Paulo Freire, 2003)

RESUMO

O presente trabalho abordou o uso das tecnologias digitais enquanto recursos didáticos-pedagógicos facilitadores do processo ensino-aprendizagem de Matemática. Considerou-se que o ensino é constituído de grandes desafios, especialmente quando se trata de conteúdos complexos do campo da Álgebra. O trabalho teve como objetivo a elaboração de um Caderno de Atividades de polinômios desenvolvidas com o *software* geogebra para auxiliar professores de Matemática e colaborar para práticas de ensino que, de fato, envolvam o cotidiano do aluno. Utilizou-se a pesquisa qualitativa com natureza aplicada e orientação descritiva, mediante aplicação de questionários semiestruturados. Revisou-se fontes bibliográficas sobre o uso de tecnologias no ensino de Matemática e sobre experiências com o geogebra. Para análise dos dados utilizou-se o método análise de conteúdo. Com base na teoria vygotskyana, desenvolveu-se uma experiência didática com alunos do 3º Ano do Ensino Médio Integrado do Curso de Agroindústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT, Campus Confresa. Os resultados da pesquisa ratificaram que os estudantes gostam de tecnologias, consideram seu uso importante em sala de aula e que o geogebra possibilita melhor compreensão e interpretação de conceitos, sendo possível considerar que o uso de tecnologias no processo de mediação pedagógica contribui para aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Palavras-chaves: Ensino-Aprendizagem de Matemática. Tecnologias. Polinômios. Educação Profissional e Tecnológica

ABSTRACT

The present work addressed the use of digital technologies as didactic-pedagogical resources that facilitate the teaching-learning process of Mathematics. It was considered that teaching is constituted of great challenges, especially when it comes to complex contents in the field of Algebra. The work had as objective the elaboration of an Activity Book of polynomials developed with the geogebra *software* to assist Mathematics teachers and collaborate with teaching practices that, in fact, involve the student's daily life. Qualitative research was used with an applied nature and descriptive orientation, through the application of semi-structured questionnaires. Bibliographic sources were reviewed on the use of technologies in the teaching of Mathematics and on experiences with geogebra. For data analysis, the content analysis method was used. Based on Vygotskian theory, a didactic experience was developed with students from the 3rd year of the Integrated High School of the Agroindustry Course at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Mato Grosso – IFMT, Campus Confresa. The survey results confirmed that students like technologies, consider their use important in the classroom and that geogebra enables better understanding and interpretation of concepts, and it is possible to consider that the use of technologies in the pedagogical mediation process contributes to content learning mathematicians.

Keywords: Teaching-Learning of Mathematics. Technologies. Polynomials. Professional and Technological Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição (%) dos estudantes nos níveis da Escala de Proficiência Ensino Médio – Matemática 30
Figura 2 - Pesquisa sobre a escola que os jovens querem 32
Figura 3 – Valor numérico de um polinômio do 1º grau 33
Figura 4 – Polinômios idênticos 34
Figura 5 – Adição e subtração de polinômios 35
Figura 6 - Forma algébrica de polinômios do 3º grau 36
Figura 7 - Forma algébrica de polinômios do 4º grau 37
Figura 8 – Equação polinomial 38
Figura 9 – Equação polinomial 39
Figura 10 – Valor numérico de um polinômio 40
Figura 11 – Equação polinomial 40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultado do Questionário Inicial – Questão 1: Você gosta de estudar Matemática? 29
Tabela 2 – Resultado do Questionário Inicial – Questão 2: Você tem facilidade para aprender Matemática? 29
Tabela 3 – Resultado do Questionário Inicial – Questão 3: Você gosta de tecnologias? 31
Tabela 4 – Resultado do Questionário Inicial – Questão 4: Você acha importante o uso de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática? 31

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular.

EMI – Ensino Médio Integrado.

EPTNM – Educação Profissional Técnica de Nível Médio.

IBOPE - Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística.

IFG - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás.

IFMT – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso.

PE – Produto Educacional.

PISA - Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.

PROFEPT – Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica.

SAEB - Sistema de Avaliação da Educação Básica.

TALE - Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.

TIC – Tecnologia da Informação e Comunicação.

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal.

ZDR – Zona de Desenvolvimento Real.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 14
1 INTRODUÇÃO 15
2 REFERENCIAL TEÓRICO 16
2.1 Os princípios vygotskianos de aprendizagem 16
2.2 Perspectivas da formação integrada no Ensino Médio Integrado 18
2.3 As tecnologias e o processo ensino-aprendizagem de Matemática 20
2.4 O *Software* Geogebra 23
2.5 Álgebra na Educação Básica 25
3 METODOLOGIA 27
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 29
4.1 Aplicação das atividades 32
4.1.2 Resolução do primeiro grupo de atividades 33
4.1.3 Resolução do segundo grupo de atividades 37
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 42
REFERÊNCIAS 44
APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL – CADERNO DE ATIVIDADES 50
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO INICIAL 81
APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO FINAL 82
APÊNDICE D – FICHA DE OBSERVAÇÃO 83

APRESENTAÇÃO

Um dos objetivos do Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica (ProfEPT) é o desenvolvimento de práticas de ensino voltadas para a Educação Profissional e Tecnológica. Assim, buscou-se elaborar um Caderno de Atividades de polinômios desenvolvida com o *software* geogebra para auxiliar professores no ensino de Matemática.

Para tanto, realizou-se uma experiência didática com alunos do 3.º Ano do Curso de Agroindústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT, Campus Confresa, no segundo semestre de 2020.

A experiência didática foi desenvolvida com alunos do Ensino Médio. No entanto, pode-se utilizar o Caderno de Atividades no Ensino Fundamental, visto que a primeira abordagem de polinômios acontece no 9º Ano.

A escolha do objeto de estudo partiu da inquietação da pesquisadora sobre o baixo desempenho dos alunos em Matemática, revelados pelas avaliações externas, Prova Brasil (2017), PISA (2018) e pelas avaliações escolares, além da insatisfação de pais, alunos e professores, diante do pouco rendimento dos estudantes no Componente Curricular.

Na dissertação consta as bases teóricas que fundamentaram a pesquisa e os resultados da experiência didática que validou o Caderno de Atividades. Assim, espera-se promover uma nova percepção sobre a importância do uso das tecnologias no processo de mediação pedagógica, proporcionar novas abordagens para o ensino, maior interação dos alunos com os conteúdos, contribuir para as práticas de ensino de polinômios e para melhoria da aprendizagem matemática na educação básica.

1. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o processo ensino-aprendizagem de Matemática tem sido cercado por desafios que interpelam as instituições de ensino, professores e alunos, devido aos baixos índices de aprendizagem, conforme resultados das avaliações externas, Prova Brasil (2017), PISA (2018) e das avaliações escolares, além da insatisfação de pais, alunos e professores, manifestadas cotidianamente, diante do pouco rendimento dos estudantes.

No Ensino Médio, última etapa da Educação Básica, a situação é ainda mais desafiadora. Dados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB, 2017)[1] mostraram que sete de cada dez alunos apresentaram nível de aprendizado matemático insuficiente e menos de 4% têm conhecimento adequado, além de mostrar que a aprendizagem matemática vem caindo desde 2011, apesar da pequena evolução em 2017.

Diante desse cenário, percebe-se que o ensino de Matemática precisa ser revisto para uma transposição didática mais coerente e eficaz, no sentido de possibilitar aos estudantes a construção de conhecimentos condizentes com suas reais necessidades, posto que o atual contexto social exige saberes e capacidades que atendam as demandas da sociedade contemporânea.

Desse modo, revisar as políticas educacionais e ressignificar as práticas educativas se inscreve como ação indispensável para a organização de um currículo integrador de dimensões essenciais à vida como o trabalho, a ciência, a tecnologia e as culturas hodiernas, o que pressupõe a premência da integração das tecnologias digitais nas práticas de ensino de conhecimentos abrangentes, tais como os conhecimentos matemáticos em contexto escolarizado.

Posto isso, com o intuito de colaborar para práticas de ensino que, de fato, envolvam o cotidiano do aluno e proporcionem melhoria e eficácia ao ensino de conteúdos matemáticos, desenvolveu-se o trabalho: “Ensino de polinômios: caderno de atividades com o geogebra”, com o objetivo de elaborar um Caderno de Atividades para auxiliar professores que trabalham com Matemática. Assim, considerou-se evidências de que as tecnologias, enquanto recursos pedagógicos, contribuem para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática, dada suas potencialidades no desenvolvimento de conteúdos complexos e o fascínio que exercem sobre os adolescentes e jovens.

Dessarte, buscou-se responder à seguinte questão: qual a importância da utilização do

[1] Evidências da Edição 2017

s*oftware* geogebra para o ensino de polinômios? Para respondê-la, definiu-se como objetivos específicos: explorar as potencialidades do geogebra no ensino de polinômios e observar, ompreender e descrever o processo de resolução das atividades propostas e as aprendizagens ocorridas.

Para validar o Caderno de Atividades - Produto Educacional desta pesquisa, realizou-se uma experiência pedagógica com alunos do 3º Ano do Curso Técnico de Nível Médio em Agroindústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT – Campus Confresa. Apesar das dificuldades em realizá-la de forma remota, considera-se que os resultados foram positivos.

A motivação para realização do estudo decorreu dos desafios que cercam o ensino de Matemática e da necessidade de inovação/renovação das práticas pedagógicas como via de superação das dificuldades do processo ensino-aprendizagem no contexto atual. Além disso, sendo função social da escola a formação plena e integral dos educandos, é essencial que os conhecimentos advindos do uso das tecnologias tenham espaço nas escolas públicas, na perspectiva de propiciar aos estudantes, o empoderamento para o mundo do trabalho e o exercício da cidadania. Assim, acredita-se ser de grande relevância a realização de pesquisas com a capacidade de produzir reflexões e iniciativas que estimulem as escolas a buscarem a superação dos problemas do ensino e da aprendizagem de Matemática.

Os resultados da pesquisa estão expostos em quatro seções, sendo a primeira introdutória. A segunda, referente aos pressupostos teóricos baseados nos princípios vygotskianos de aprendizagem (MOREIRA, 1999) e (VYGOTSKI, 1989); na perspectiva da formação integrada ao Ensino Médio, segundo (FRIGOTTO, CIAVATTA, RAMOS, 2005), (CIAVATTA, 2005) e (RAMOS, 2008 e 2010); no uso das tecnologias no ensino de Matemática conforme (BORBA, ALMEIDA e CHIARI, 2015), (D'AMBRÓSIO, 1993) e (PERIUS, 2012) e nas potencialidades do geogebra, conforme (SANCHES, SOUZA E BARBOSA, 2011), (VAZ, 2012), (ARAÚJO, (2017). A terceira seção discorre sobre a metodologia utilizada para a geração dos dados e os procedimentos analíticos. Por fim, a quarta, que trata das discussões e considerações conclusivas do estudo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 – Os princípios vygotskianos de aprendizagem

Com o propósito de construir uma fundamentação teórica sobre aprendizagem e desenvolvimento humano, buscou-se subsídios na obra de Vygotsky que instruem que o

avanço da dimensão cognitiva da pessoa se dá mediante "conversão de relações sociais em funções mentais", através de instrumentos e signos (MOREIRA, 1999, p. 110). Assim, os primeiros são mediadores externos e visam uma ação sobre objetos e, os segundos, mediadores internos orientados para o controle do próprio indivíduo. Ambos, são construções sócio históricas culturais, e sua interiorização permite o desenvolvimento de conhecimentos, via interação com os outros, que na perspectiva vygotskiana é o veículo fundamental para a construção dinâmica do conhecimento social, histórica e culturalmente construído, pois é na interação que os signos, isto é, os significados do mundo e das coisas são adquiridos.

Para Vygotsky, a linguagem é um dos mais importantes sistemas de signos para o desenvolvimento cognitivo, por liberar o humano dos vínculos contextuais imediatos, descontextualizando-os e recontextualizando ao flexibilizar o pensamento conceitual e proposicional (MOREIRA, 1999, p. 114).

Sobre a aprendizagem e o ensino na perspectiva vygotskiana, Moreira (1999) reitera que, desde o momento em que o desenvolvimento das funções mentais superiores exige a internalização de instrumentos e signos em contexto de interação, a aprendizagem se converte em condição para o desenvolvimento dessas funções, desde que se situe precisamente na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) do sujeito.

Ao abordar o desenvolvimento cognitivo, Vygotsky considera dois tipos: o "nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados", chamado desenvolvimento real (VYGOTSKI, 1989, p. 57) e o desenvolvimento potencial, "determinado pela capacidade de resolver problemas sob orientação de adultos ou em colaboração com companheiros mais capacitados" (VYGOTSKI, 1989, p. 86). Segundo Moreira (1999, p. 116) é a ZDP que "define as funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação" e a "interação social que provoca aprendizagem deve ocorrer dentro da ZDP". A Zona de Desenvolvimento Real (ZDR) é compreendida como as funções psíquicas já apropriadas pelos alunos, ou seja, os níveis de desenvolvimento de determinadas funções mentais se estabelecem como resultado de determinados ciclos do desenvolvimento já desenvolvidos.

Os princípios vygotskianos trazem importantes contribuições para o desenvolvimento cognitivo e exercem grandes influências no campo educacional. Para Vygotsky, "a criança inicia seu aprendizado muito antes de chegar à escola, mas o aprendizado escolar vai introduzir elementos novos no seu desenvolvimento" (COELHO; PISONI, 2012). Dessa forma, é fundamental compreender o relevante papel da instituição escolar na construção do

conhecimento e na valorização das diferentes culturas, tendo em vista que, “as crianças e jovens vão à escola para aprender cultura e internalizar os meios cognitivos de compreender e transformar o mundo” (LIBÂNEO, 2004). Do mesmo modo, precisa-se compreender o papel do professor enquanto mediador do conhecimento e promotor da troca de experiências em sala de aula, considerando que este representa um elo entre o aluno e o conhecimento.

Nesse sentido, “a didática tem o compromisso com a busca da qualidade cognitiva das aprendizagens” (LIBÂNEO, 2004). Logo, criar meios de ensino-aprendizagem, torna-se um ofício essencial para o desenvolvimento educacional do aluno, visto que estes, aproximam o aluno da realidade e possibilitam a percepção e compreensão dos conteúdos.

Com base nos princípios de aprendizagem de Lev Vygotsky, considera-se que o uso de instrumentos tecnológicos, como recursos didáticos-pedagógicos no ensino de Matemática, por exemplo, tem relevância para o desenvolvimento das capacidades superiores dos alunos, proporcionando-lhes autonomia na construção de conhecimentos matemáticos, quando utilizados em atividades orientadas para aquisição de aprendizagens. Isso porque, tanto a Matemática quanto às tecnologias digitais, são construções humanas, desenvolvidas por meio das interações entre o homem e o meio social. Portanto, construções históricas e sociais, essenciais para a evolução da humanidade.

Salienta-se, no entanto, que embora sejam construções que modificam a sociedade, quando se trata do uso de tecnologias no processo pedagógico, é preciso que haja criticidade, pois tais construções, além de não serem neutras, podem ser usadas com fins ambíguos. Assim, é necessário refletir o tipo de transformação que se deseja ao usá-las no processo educativo. Visto que o papel da escola é socializar o conhecimento e formar alunos críticos e livres para transformar-se e transformar seu contexto.

2.2 – Perspectivas da formação integrada no Ensino Médio Integrado

“No Brasil, a educação só passou a abranger todas as pessoas no início do século XX diante da necessidade de prepará-las para o mercado de trabalho” (CORREIA et al, 2020). Um século depois, embora a discussão em torno da formação humana tenha avançado, a concepção de educação bancária ainda constitui um desafio que precisa ser enfrentado pela sociedade e pelo estado.

Nesse cenário, entra em discussão a Educação Profissional Técnica de Nível Médio (EPTNM), que se tornou o caminho mais curto para a preparação de mão de obra para o mercado de trabalho e motivo de disputas políticas e ideológicas em torno de suas concepções

(CORREIA et al, 2020). Contudo, avançou como proposta de formação ao se tornar uma política de Educação Profissional Técnica Integrada ao Ensino Médio, comprometida com a formação humana e com a preparação do estudante para o exercício profissional, conforme preconiza o artigo 5.º da Resolução n.º 06/2012.

> Art. 5º Os cursos de Educação Profissional Técnica de Nível Médio têm por finalidade proporcionar ao estudante conhecimentos, saberes e competências profissionais necessários ao exercício profissional e da cidadania, com base nos fundamentos científico-tecnológicos, sócio-históricos e culturais (BRASIL, 2012)

Segundo Ciavatta (2005) a formação integrada sugere tornar inteiro o ser humano dividido pela divisão social do trabalho, superando a dicotomia trabalho manual e trabalho intelectual, com garantia do direito a uma formação completa para a leitura do mundo e para a atuação como cidadão. Nesse sentido, Frigotto, Ciavatta e Ramos (2005) afirmam que, para que o Ensino Médio Integrado (EMI) se constitua é necessário avançar na afirmação da educação básica unitária, politécnica e não dualista, que articule cultura, conhecimento, tecnologia e trabalho como direito de todos e condição da cidadania e da democracia.

Compartilhando do pensamento de Ciavatta e Frigotto, Ramos (2008) aponta 3 sentidos para a integração no EMI à Educação Profissional. O primeiro, é o da formação omnilateral que "expressa uma concepção de formação humana, com base na integração de todas as dimensões da vida (trabalho, ciência e cultura) no processo formativo" tendo,

> O trabalho compreendido como realização humana inerente ao ser (sentido ontológico) e como prática econômica (sentido histórico associado ao respectivo modo de produção); a ciência compreendida como os conhecimentos produzidos pela humanidade que possibilita o contraditório avanço produtivo; e a cultura, que corresponde aos valores éticos e estéticos que orientam as normas de conduta de uma sociedade (RAMOS, 2008).

O segundo sentido, trata da indissociabilidade entre Educação Profissional e Educação Básica, onde a primeira, deve possibilitar "aos sujeitos jovens e adultos se apropriarem de conhecimentos que estruture sua inserção na vida produtiva dignamente" e, a segunda, proporcionar os conhecimentos gerais (RAMOS, 2008). Os princípios V e VI da Resolução n.º 06 de 2012 apontam para a mesma direção: V - indissociabilidade entre educação e prática social, considerando-se a historicidade dos conhecimentos e dos sujeitos da aprendizagem; VI - indissociabilidade entre teoria e prática no processo de ensino-aprendizagem (BRASIL, 2012).

O terceiro sentido é o da integração de conhecimentos gerais e específicos como totalidade, onde deverá haver a integração entre ambos "conformando uma totalidade

curricular", sentido expresso no inciso IV da resolução supracitada:

> IV - Articulação da Educação Básica com a Educação Profissional e Tecnológica, na perspectiva da integração entre saberes específicos para a produção do conhecimento e a intervenção social, assumindo a pesquisa como princípio pedagógico (BRASIL, 2012).

Ramos (2010) defende "um projeto unitário de ensino médio que não elide as singularidades dos grupos sociais e tem o trabalho como primeiro fundamento da educação como prática social". Para tanto, toma o trabalho, a ciência e a cultura como fundamentos para a construção de um projeto que supere a dualidade histórica entre formação geral e formação específica. Nessa direção, o terceiro princípio norteador da EPTNM, definido pela Resolução n.º 06/ 2012, traz o trabalho como princípio educativo, "tendo sua integração com a ciência, a tecnologia e a cultura como base da proposta político-pedagógica e do desenvolvimento curricular" (BRASIL, 2012).

Com base no pensamento de Frigotto, Ciavatta e Ramos e no texto das Diretrizes Curriculares Nacionais para a EPTNM, a proposta de integração no EMI,

> Deve estar orientada pela relação entre conhecimento e prática do trabalho. Com vistas à compreensão de uma oferta de Ensino Médio e de Educação Profissional que privilegie a formação humana integral para os jovens e adultos brasileiros de todas as classes sociais (LIMA, SANTOS, SILVA, 2015).

Dessarte, entende-se que do ponto de vista legal, há clareza sobre o sentido da formação integrada e como esta deve ser consolidada no EMI. No entanto, para que ocorra efetividade da integração, precisa-se garantia de políticas públicas de educação como direito de todos, com destinação de recursos humanos e financeiros, espaços e tempos adequados para atendimento aos alunos e formação continuada para os profissionais da educação, com vistas ao desenvolvimento de práticas de ensino que favoreça a articulação entre ciência, trabalho, cultura e tecnologia, de modo a garantir formação plena aos estudantes.

2.3 – As tecnologias e o processo ensino-aprendizagem de Matemática

A cada dia as tecnologias tornam-se grandes aliadas da educação por proporcionar um processo de ensino-aprendizagem dinâmico, interativo e inovador. Apesar de ainda se constituírem como desafios para uma grande parte das escolas e professores, quando se trata de estrutura, de conectividade e da preparação docente para uso com fins pedagógicos, as tecnologias são recursos fundamentais para ampliação dos saberes científicos, por se apresentar como linguagem e como metodologia de ensino. Logo, deveriam ser

disponibilizados recursos para as escolas públicas adequar-se às necessidades do ensino no contexto atual, no qual urge a necessidade da integração educação, ciência e tecnologia.

Masetto (2006, p. 71), ao falar sobre a tecnologia e o processo de aprendizagem, afirma que a tecnologia, se usada adequadamente, ou seja, de acordo com os objetivos pedagógicos, se apresenta como meio e como instrumento para colaborar no processo de aprendizagem e, consequentemente, no desenvolvimento educacional dos estudantes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) – política pública de educação mais recente do país, reforça o uso das tecnologias digitais e traz entre suas competências a "cultura digital", com o objetivo de utilizar e criar tecnologias para comunicação, acesso e disseminação de informações, assim como produzir conhecimentos e resolver problemas, como se observa na 5.ª competência geral da Educação Básica,

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2017a, p. 9).

Dessa maneira, entende-se que o uso de recursos tecnológicos não se apresenta como uma escolha do professor, caso queira utilizá-lo, mas como uma condição e necessidade para o desenvolvimento de conhecimentos práticos e contextualizados, que refletem as necessidades da vida contemporânea e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo (BRASIL, 2000b).

No entanto, considera-se que o uso de tecnologias em instituições de formação humana, como é a escola, deve ser consciente e intencional, com foco no desenvolvimento do aluno nas suas múltiplas dimensões. Portanto, orientado por um planejamento com objetivos claros, de acordo com as habilidades a serem desenvolvidas.

Em Matemática, por exemplo, como possibilidades para uma transposição didática do conhecimento para aprendizagens mais interativas, o uso de ferramentas tecnológicas se mostra como suporte pedagógico eficaz e condizente com as tendências das recentes práticas sociais. Isto porque, o processo de ensino-aprendizagem mediado por estes instrumentos, ou seja, facilitado por múltiplas estratégias pedagógicas, é fundamental para a formação dos estudantes, já que a educação formal é o lócus privilegiado para a construção do conhecimento. Logo, ensino e formação não podem ocorrer desvinculados dos saberes tecnológicos.

Nesse sentido, Ubiratan D'Ambrósio (1993, p. 94) afirma que

> Ao longo da evolução da humanidade, Matemática e tecnologia se desenvolveram em íntima associação, numa relação que poderíamos dizer simbiótica. A tecnologia entendida como convergência do saber (ciência) e do fazer (técnica), e a matemática são intrínsecas à busca solidária do sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível.

Borba, Almeida e Chiari (2015) ao apresentarem uma análise das pesquisas envolvendo as tecnologias digitais e seu uso na sala de aula de Matemática no Brasil, afirmam que:

> As tecnologias digitais, a depender da forma como são utilizadas, podem ser um recurso para minimizar os problemas enfrentados nessa disciplina, dado o amplo leque de possibilidades que se abrem a partir de sua utilização, em especial as ligadas à dinamicidade, ao feedback e à visualização.

Para Perius (2012), a utilização da tecnologia não se destina simplesmente a facilitar os cálculos ou as medidas, mas permite transformar os processos de pensamento e de construção do conhecimento, pois proporciona um *feeback* mais rápido, além de "possibilitar a formulação de questões e conjecturas de maneira mais eficiente" (SILVA, 2019), podendo refletir em melhores resultados de aprendizagem.

Felcher et al (2019), destacam que uma das temáticas que cada vez mais conquista espaço nos debates e pesquisas acadêmicas são as tecnologias digitais como recursos para a sala de aula. Nesse contexto, ganha destaque os softwares educacionais como relevantes para a melhoria da aprendizagem matemática no Ensino Médio. Sobre tais recursos, Pacheco e Barros (2013) afirmam serem

> [...] construídos para serem usados especificamente no âmbito educacional e seguem uma concepção educacional. Os softwares podem se constituir em uma importante ferramenta pedagógica para o processo de ensino-aprendizagem. Os usos destes recursos evidenciam uma forma de dinamização no ensino e motivação pela aprendizagem da matemática, ao passo em que seus conceitos são construídos a dispor da informática e que está presente na realidade social de cada aluno.

Dessa forma, ao utilizar um instrumento digital, por exemplo, com capacidade de promover interação e facilitar a construção do conhecimento, o professor, além de inovar as práticas educativas, dinamiza o processo de ensino e amplia as possibilidades de construção e recontextualização das aprendizagens.

Portanto, considerando que os alunos gostam de tecnologias e estas contribuem para o aprimoramento do processo ensino-aprendizagem, é relevante utilizá-las no contexto escolar, como instrumentos de mediação da ação didática.

2.4 - O *Software* Geogebra e o ensino de Matemática

O geogebra é um *software* de Matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação (GEOGEBRA, 2021). Criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter, é atualmente usado em 190 países e traduzido para 55 idiomas. Livre e de fácil instalação, possui diversos aplicativos gratuitos para iOS, Android, Windows, Mac, Ipad, Chromebook e Linux, e pode ser baixado no link: https://www.geogebra.org/download?lang=en ou usado *online*, podendo criar pastas, salvar e compartilhar trabalhos, assim como comentar trabalhos postados, seguir autores de materiais didáticos, criar perfis e compartilhar notícias.

Se usado com fins pedagógicos para compreensão de conceitos e discussões sobre as construções realizadas, torna-se um recurso tecnológico potencial para o ensino dinâmico de polinômios, por exemplo, visto que permite ao aluno visualizar, interpretar, experimentar e demonstrar situações matemáticas que nos livros didáticos são abordadas de forma puramente abstrata.

Dinâmico, o geogebra facilita o fazer pedagógico e oportuniza aos alunos vivenciar um ambiente em que se faz matemática. Pois, possibilita o raciocínio num movimento de ação-reflexão-ação sobre o conteúdo e desafia o estudante na intepretação dos resultados. Segundo Cavalcante (2010), o geogebra possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas e podem ser inseridas equações e coordenadas diretamente, apresentando a vantagem didática das representações geométrica e algébrica de um objeto no mesmo espaço e de forma interativa.

Em todos os aplicativos do *software* é possível a interação do usuário com os objetos na área de representação geométrica com o uso do mouse. Segundo Soares (2012), com essas possibilidades, “o aluno pode inferir sobre outras situações não elaboradas pelo professor, permitindo a reflexão dos conceitos explorados”.

O *software* tem sido muito utilizado no ensino de Matemática e recebido boa avaliação dos usuários. Basniak e Estevam (2014) dizem que o geogebra “possui uma *interface* amigável que facilita a criação de construções matemáticas e modelos que permitem explorações interativas, arrastando objetos e alterando parâmetros”.

Araújo (2017) descreve o geogebra como “uma ferramenta dinâmica e interativa para o ensino de Álgebra e Geometria, além de ter uma *interface* ilustrativa e simples, composta por

caixas de ferramentas ou ícones onde se encontram as operações desejadas".

Segundo Vaz (2012) o *software*

> Permite uma boa interatividade, possibilita trabalhar teoremas, construção de conceitos, testar hipóteses e fazer releituras importantes de conteúdos matemáticos. Outro fator importante proporcionado pelo geogebra, é a possibilidade de trabalhar com o aluno, permitindo que o saber seja obtido através da interação realizada em atividades planejadas. Assim, podemos articular o processo de ensino aprendizagem, passando de um modelo baseado na informação para um modelo fundamentado na construção do saber.

Sanches, Souza e Barbosa (2011) ao realizarem um estudo de caso com alunos da 8.ª série, com o objetivo de analisar os potenciais pedagógicos do geogebra, na pesquisa intitulada "O ambiente do *software* geogebra: uma ferramenta interativa para o ensino da matemática", consideraram que

> As análises qualitativas e quantitativas confirmaram que o uso do *software* geogebra como ferramenta para o ensino de Matemática produz resultados significativos no processo ensino-aprendizagem, pois, o programa reúne elementos que tornam muito dinâmica sua interação com o estudante.

Oliveira e Madruga (2018) ao relatarem uma experiência de estágio que consistiu na aplicação de atividades envolvendo o *software* em uma turma de 1.º ano do Ensino Médio, concluiu que,

> Conforme a avaliação positiva apresentada pelos estudantes pode-se inferir que a utilização de um *software* com o objetivo de dinamizar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é de grande relevância para os alunos e para os professores.

Vaz (2012) ao desenvolver a proposta de trabalho "Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o geogebra", com acadêmicos de iniciação científica do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG), alunos do curso de Licenciatura em Matemática da disciplina Metodologia do Ensino da Matemática, estudantes do Ensino Médio do IFG e alunos da disciplina Novas Tecnologias da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, afirmou que "a versatilidade do *software* permite um aprendizado significativo de suas principais ferramentas e apresenta uma possibilidade importante que é a de permitir o usuário motivado ser autodidata".

Dessarte, verifica-se que a opinião de diferentes usuários converge com relação à contribuição do *software* para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, no sentido de proporcionar aulas dinâmicas, interativas e prazerosas e auxiliar a prática docente na mediação dos conhecimentos.

2.5 - Álgebra na Educação Básica

Matemática e suas tecnologias é uma das 4 áreas de conhecimentos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O componente, propõe cinco unidades temáticas: Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade para o Ensino Fundamental – anos iniciais e Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística para os anos finais e Ensino Médio.

Conforme a BNCC, o componente curricular deve ter compromisso com o letramento matemático e garantir o desenvolvimento das 8 competências[2] específicas previstas para o Ensino Fundamental e das 5 previstas para o Ensino Médio, articuladas com as competências gerais da Educação Básica.

Com relação à aprendizagem,

> No Ensino Fundamental centra-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos e no desenvolvimento do pensamento computacional, visando à resolução e formulação de problemas em contextos diversos". No Ensino Médio, os estudantes devem consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração. Também devem construir uma visão mais integrada da Matemática, da Matemática com outras áreas do conhecimento e da aplicação da Matemática à realidade. (BRASIL, 2017a, p. 471).

Com a implementação da BNCC, a unidade temática Álgebra que era abordada a partir do 6.º ano, passa a ser trabalhada nos anos iniciais do Ensino Fundamental, com a finalidade de antecipar o desenvolvimento do pensamento algébrico que, segundo o documento

> ... é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e em situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos... devendo enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2017a, p. 270).

Para Oliveira e Fugita (2018, p. 38) o desenvolvimento do pensamento algébrico e de sua linguagem "possibilita aos alunos pensar genericamente, percebendo e descrevendo regularidades", além de favorecer a "autonomia na aprendizagem matemática, visto que tais procedimentos estimulam a capacidade de abstração".

Sobre a iniciação ao pensamento algébrico no currículo escolar, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) afirmam que "se esse pensamento não prescinde uma linguagem estritamente simbólico-formal para sua manifestação, não há razão para uma iniciação tardia ao ensino-

[2] Para competências específicas do Ensino Fundamental vê BNCC, p. 267 e para as 5 do Ensino Médio, vê p. 531.

aprendizagem da Álgebra". Assim, acredita-se que o trabalho com o pensamento algébrico deve se fazer presente na formação do estudante desde os anos iniciais.

Ainda segundo a BNCC, para os Anos Iniciais, são previstos que as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem, sem o uso de letras (BRASIL, 2017a, p. 270).

Para os Anos Finais, a BNCC considera que os estudos sejam retomados, aprofundados e ampliados. Etapa em que

> [...] os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas (BRASIL, 2017a, p. 270).

Por se relacionar com diversas áreas do conhecimento, "a aprendizagem de Álgebra pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens" (BRASIL, 2017a, p. 271) e para o desenvolvimento do pensamento proporcional, que pode ser feito pela "exploração de situações que oportunizem a representação, em um sistema de coordenadas cartesianas, da variação de grandezas, além da análise e caracterização do comportamento dessa variação". (BRASIL, 2017a, p. 528).

Considerando que álgebra é uma poderosa ferramenta para resolver problemas, infere-se, diante do exposto, a necessidade de uma nova abordagem para seu ensino, de forma que ultrapasse os limites dos cálculos de expressões algébricas tornando-a menos complexa para a compreensão dos alunos.

Nesse sentido, esta pesquisa foi pensada com o objetivo de elaborar o Produto Educacional Caderno de Atividades de polinômios desenvolvidas com o *software* geogebra, visto que este conteúdo é inserido no campo de ensino da Álgebra e abordado nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

Para Dante (2018, p. 81) "toda expressão que indica um monômio ou uma adição, ou subtração de monômios não semelhantes é chamada de polinômio". Para Bianchini (2015, p. 75), polinômio é "toda expressão algébrica que representa um monômio ou uma soma algébrica de monômios". Assim a definição de polinômios resulta em generalizações da Aritmética com suas variáveis, expressões e fórmulas.

Embora, modelem diversos problemas cotidianos nas diferentes áreas do conhecimento, polinômio é um conteúdo muito complexo para muitos alunos, por ser

abordado de forma muito abstrata, dificultando o entendimento dos conceitos, definições, aplicações e representações (DIERINGS, 2014). Assim, é imprescindível a busca de meios que tornem sua aprendizagem mais dinâmica e menos complexa. Logo, os recursos tecnológicos como os *softwares*, por exemplo, são aliados potenciais no processo ensino-aprendizagem.

3. METODOLOGIA

Este trabalho teve como objetivo a elaboração de um Caderno de Atividades de polinômios desenvolvidas com o *software* geogebra para auxiliar professores de Matemática no ensino de polinômios.

Para alcançar o objetivo, utilizou-se a abordagem qualitativa, por suas características de interpretação e análise de resultados e por proporcionar ao pesquisador o contato direto com o ambiente e a situação pesquisada (TRIGUEIRO, 2014, p. 18). Segundo Borba (2004) "o que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida que sua visão de conhecimento admite a interferência subjetiva". Assim, optou-se por realizar uma experiência didática para descrever as aprendizagens mediadas pelo *software* geogebra enquanto ferramenta de estímulo à aprendizagem de polinômios, o que caracterizou o estudo como descritivo quanto aos objetivos.

Para fundamentá-lo, procedeu-se a um levantamento bibliográfico relacionado ao uso das tecnologias digitais enquanto instrumentos de mediação pedagógica no processo ensino-aprendizagem de Matemática; a experiências pedagógicas com o geogebra e à teoria interacionista de Lev Vygotski.

A experiência didática foi realizada com alunos do 3º Ano Ensino Médio Integrado do Curso Técnico de Nível Médio em Agroindústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT, Campus Confresa, no segundo semestre de 2020. Os 25 alunos da turma foram convidados a participar da proposta. No entanto, com a suspensão das aulas presenciais em 2020 em função da pandemia do Covid 19 e a retomada no sistema remoto, fez com que alguns alunos desistissem de estudar. Assim, a experiência foi realizada com 12 alunos que assinaram os termos de consentimento e assentimento livre e esclarecido.

Todo o processo de realização da proposta didática ocorreu de forma remota, via *google meet*, com compartilhamento de tela e sem gravação da aula. Os materiais foram disponibilizados aos participantes no grupo de *whatsapp* e no *classroom*, veículos de comunicação criados pela pesquisadora para interação com os alunos. A experiência foi planejada e orientada para a construção de conceitos, representações, operações e aplicações

de forma dinâmica dos conteúdos abordados. Assim, o Produto Educacional reúne um conjunto de atividades com a finalidade de apresentar ideias para tornar o ensino de polinômios mais dinâmico e menos complexo, possibilitando melhor desempenho escolar dos estudantes.

Antes da assinatura dos Termos de Assentimento e Consentimento Livre e Esclarecido (TALE e TCLE), que aconteceu de forma remota, apresentou-se a proposta aos participantes com explicação das etapas, os objetivos, procedimentos, riscos e os benefícios de participarem da pesquisa. Em seguida, iniciou-se a coleta de dados com a aplicação do questionário inicial que teve por objetivo o levantamento de informações sobre o interesse dos alunos pela Matemática, por tecnologias, uso de aplicativos nas aulas e se já haviam estudado polinômios. O questionário final foi utilizado para proporcionar avaliação da experiência com o geogebra. A ficha de observação serviu para anotações sobre as dificuldades, descobertas e estratégias adotadas pelos participantes e para os registros de observações pertinentes aos aspectos didáticos e metodológicos durante a resolução das atividades.

Para tratamento dos dados oriundos das fichas de observação e das questões abertas do questionário final, utilizou-se a análise de conteúdo, buscando os pressupostos teóricos de Marconi e Lakatos (2002, p. 130) para significar palavras e termos proferidos pelos participantes.

Considerando que um dos objetivos específicos da pesquisa era observar, compreender e descrever o processo de resolução das atividades aplicadas aos alunos e as aprendizagens ocorridas, para aprofundar o conhecimento sobre o uso do *software* geogebra enquanto ferramenta de estímulo à aprendizagem de polinômios, notou-se que os modelos de tratamento de dados adequavam-se aos objetivos desta pesquisa.

Para a experiência didática, foram selecionados dois grupos de atividades de polinômios. O primeiro, com atividades retiradas de uma lista de exercícios emitida pelo professor da turma, foi explorado de forma individual. O segundo grupo, constituído de problemas polinomiais retirados da *internet*, foi desenvolvido em duplas, com orientação para discussão, interpretação, representação e solução a partir de estratégias próprias. Em todas as resoluções utilizou-se o geogebra e houve compartilhamento de tela, para que as duplas e a pesquisadora pudessem acompanhar, anotar e fazer as intervenções necessárias. Após o desenvolvimento da proposta, houve a aplicação do questionário final que foi respondido, em dupla, após o término do segundo grupo de atividades.

Nos dois momentos, o trabalho teve como foco a significação de polinômios e suas

aplicações, quase sempre utilizando o cálculo de área e perímetro de figuras poligonais com o intuito de explorar as representações algébrica e geométrica de forma contextualizada.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A experiência pedagógica foi desenvolvida em 4 etapas, articuladas entre si. A primeira etapa foi a aplicação do questionário inicial**,** realizada após a apresentação da proposta e assinatura dos termos. Os estudantes foram convidados a responder 08 perguntas, individualmente, via *google forms.* No entanto, para a análise e discussões, considerou-se 4, por entender que seriam suficientes para o propósito inicial.

Tabela 1: Resultado do questionário inicial – pergunta 1

QUESTIONÁRIO INICIAL			
Pergunta/Resposta	**Gosto muito**	**Gosto pouco**	**Não gosto**
Você gosta de estudar Matemática?	40,00%	46,70%	13,30%

Fonte: Autora (2021)

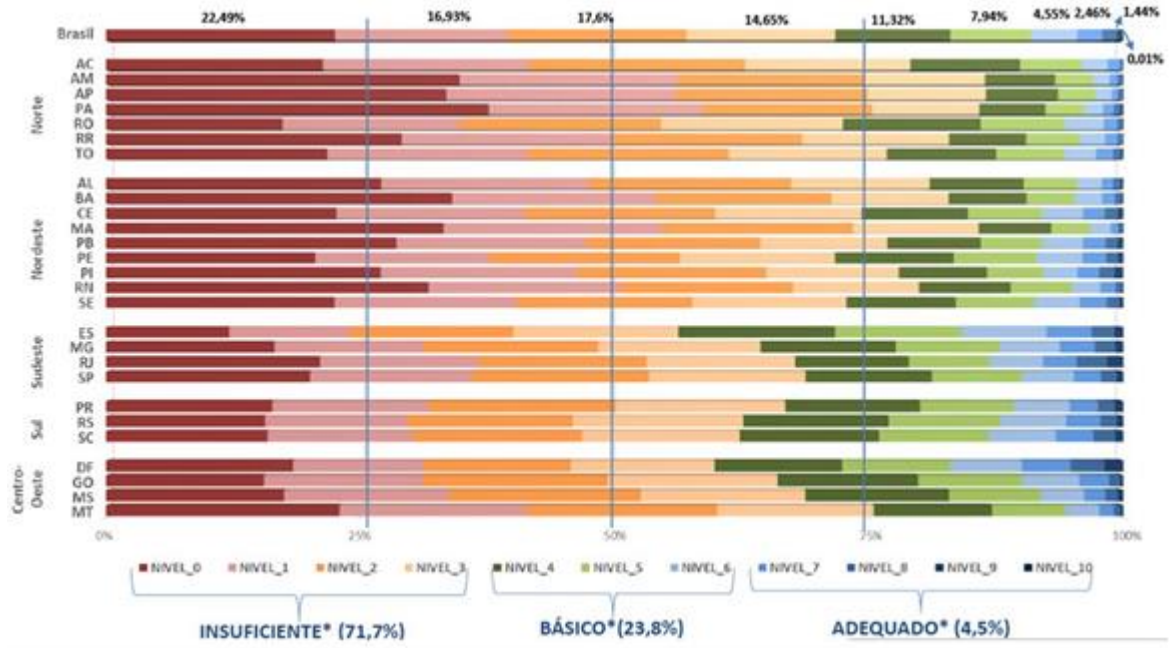
Tabela 2: Resultado do questionário inicial – pergunta 2

Pergunta/Resposta	**Tenho muita**	**Tenho pouca**	**Não tenho**
Você tem facilidade para aprender Matemática?	33,30%	46,70%	20,00%

Fonte: Autora (2021)

As perguntas 1 e 2, tiveram o intuito de verificar possíveis relações entre gostar ou não de Matemática e prováveis dificuldades na resolução das atividades, visto que dados do questionário aplicado aos alunos que participaram da Avaliação do SAEB, em 2017, revelaram que 57,8% dos estudantes brasileiros dizem gostar de estudar Matemática (TOKARNIA, 2019). No entanto, os resultados das avaliações externas (SAEB, 2017) mostraram que 71,7% dos alunos do 3.º ano do Ensino Médio não alcançaram resultado satisfatório nas provas, como mostra a Figura 1.

Figura 1. Distribuição (%) dos estudantes nos níveis da Escala de Proficiência Ensino Médio – Matemática



Fonte: Diretoria de Avaliação da Educação Básica – DAEB/INEP (BRASIL, 2017).

Comparando os resultados das duas perguntas (Tabelas 1 e 2), observa-se que o percentual de alunos que "gosta pouco" de Matemática é o mesmo de "tenho pouca facilidade", conforme tabelas 1 e 2. Porém, notou-se que as dificuldades apresentadas na resolução das atividades, estavam mais relacionadas à falta de conhecimentos prévios do que a afinidade com a disciplina.

Sobre o gosto pela Matemática, Guizelini *et al* (2005) ao buscarem uma interpretação psicanalítica para a questão, afirmam que a decisão do estudante "em estudar Matemática revela, algo da sua posição subjetiva em relação a esse conhecimento". No entanto, o insucesso do aluno na aprendizagem matemática envolve fatores como "impressões negativas oriundas das primeiras experiências com a disciplina, falta de incentivo no ambiente familiar, forma de abordagem do professor, problemas cognitivos, falta de estudo, entre outros fatores" (PACHECO, ANDREIS, 2018). Por isso, considera-se importante a ressignificação das práticas educativas para tornar o ensino mais atrativo para o aluno. Uma alternativa é o uso de recursos tecnológicos pela possibilidade de proporcionar dinamismo e desafiar o aluno na busca pelos resultados.

Os *softwares*, por exemplo, possíveis de serem utilizados no ensino de conteúdos matemáticos, podem ser usados para demonstrar, compreender e aprofundar conceitos, realizar operações básicas, analisar e interpretar construções, de acordo com o conteúdo e o instrumento escolhido.

No entanto, para que as tecnologias proporcionem efeitos positivos ao processo ensino-aprendizagem, é necessário considerar instrumentos úteis à ação didática e conhecer suas funcionalidades. Assim, a escolha de um instrumento tecnológico deve ser orientada por uma proposta pedagógica com metas e objetivos bem definidos e de acordo com o conteúdo a ser ensinado/aprendido.

As perguntas sobre o interesse pelas tecnologias e sua importância nas aulas de matemática foram feitas com o intuito de perceber o grau de satisfação do aluno com relação ao uso dos recursos digitais (Tabelas 3 e 4).

Tabela 3: Resultado do questionário inicial – Pergunta 3 – Você gosta de tecnologias?

QUESTIONÁRIO INICIAL			
Pergunta/Resposta	Gosto muito	Gosto pouco	Não gosto
Você gosta de tecnologias	93,30%	6,70%	0,00%

Fonte: Autora (2020)

Tabela 4: Resultado do questionário inicial – Pergunta 4 - Você acha importante o uso de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática?

Pergunta/Resposta	Sim	Pouco importante	Não
Você acha importante o uso de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática?	93,30%	6,70%	00,0%

Fonte: Autora (2021)

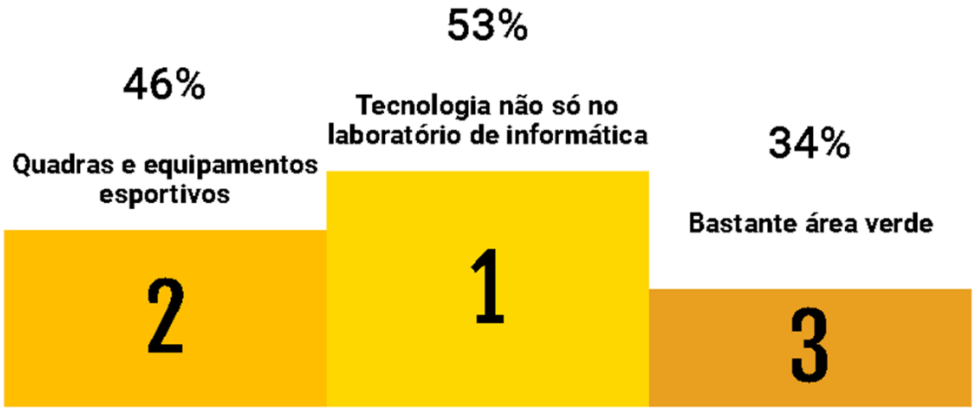
Conforme Tabelas 3 e 4, nota-se que 93,30% dos participantes gostam de tecnologias e acham importante seu uso nas aulas de Matemática. Dados da pesquisa sobre o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação nos Domicílios Brasileiros (TIC Domicílios), idealizada pela Fundação Telefônica Vivo e realizada pela Rede Conhecimento Social em parceria com o IBOPE Inteligência, revelaram que 87% dos jovens do Ensino Médio, acessaram a *internet*, em 2017. Em 2019, a pesquisa Juventudes e Conexões, realizada pela mesma instituição, mostrou que 98% dos jovens entre 15 e 24 anos, conectaram-se à *internet*, seja por celular/*smartphone*, computador de mesa, *notebook*, *laptop*, TV ou outros meios; 63% disseram acessar conteúdos educativos e 68% fazer pesquisa para a escola.

Leite (2009, p. 126) ressalta que jovens adolescentes da contemporaneidade dialogam com o discurso da cultura do computador e da *internet*, do videogame e do celular, além de conviver com a "possibilidade de participar de redes de relacionamento que ultrapassam as antigas fronteiras da família, da escola e do bairro". Assim, torna-se primordial o uso das tecnologias digitais no desenvolvimento escolar do aluno, dado que, tanto os aparelhos digitais quanto a *internet*, contribuem para as atividades cotidianas dos alunos.

Numa pesquisa realizada, em 2019, pelo Portal Porvir, quando perguntados, o que não pode faltar na escola em relação à estrutura física, 53% responderam que "tecnologia não só

no laboratório de informática", conforme Figura 2. Assim, além de gostar de tecnologias, os jovens (alunos do Ensino Médio), consideram importante seu uso no espaço escolar. Logo, considerando que a educação visa a formação do cidadão e a escola é o lócus dessa formação, é fundamental ter as tecnologias como aliada do processo de ensino-aprendizagem.

Figura 2 – Pesquisa sobre a escola que os jovens querem - Para os jovens, o que não pode faltar na escola em termos de estrutura física?



Fonte: Porvir (2019)

Segundo o Portal Porvir (2019) a pesquisa "não segue padrões de uma amostra representativa da população adolescente e jovem brasileira". No entanto, expressa a opinião deste público sobre a escola e pode contribuir para "promover discussões, gerar ideias e concretizar mudanças" na proposta pedagógica escolar, uma vez que permite entender a forma como os jovens *vêem* a instituição educativa. Nesse sentido, considera-se ser relevante o desenvolvimento de práticas de ensino, como a experiência do presente trabalho, visto que um dos grandes desafios da escola é garantir a permanência e o êxito dos alunos, de forma a oportunizar o engajamento na busca do conhecimento, unindo projeto de vida pessoal e profissional com imaginação, prazer, ciência e tecnologia.

4.1- Aplicação das atividades

Para a experiência didática foram selecionadas dois grupos de atividades de polinômios. O primeiro, com atividades retiradas de uma lista de exercícios emita pelo professor da turma, a serem exploradas de forma individual. O segundo, constituído de problemas polinomiais retirados da *internet* para ser trabalhado em duplas, com orientação para discussão, interpretação, representação e solução a partir de estratégias próprias. Nos dois grupos as atividades foram resolvidas com o uso do geogebra e teve como foco à

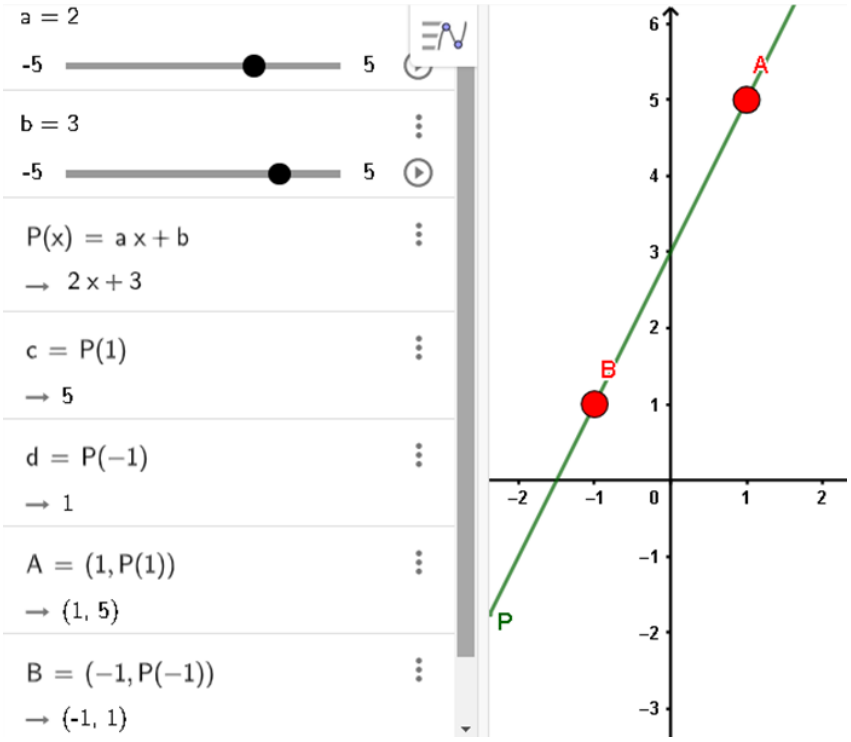
significação de polinômios e suas aplicações, quase sempre utilizando o cálculo de área e perímetro de figuras poligonais para explorar as representações algébrica e geométrica de forma contextualizada.

4.1.2 - Resolução do primeiro grupo de atividades

Atividade 01. (UFRGS). O polinômio P(x) do 1º grau tal que P(1) = 5 e P(-1) = 1 é:

Alternativas
(A) x + 4
(B) 2x + 3
(C) 3x + 2
(D) 3x + 4
(E) 5x

Figura 3: Valor numérico de um polinômio do primeiro grau

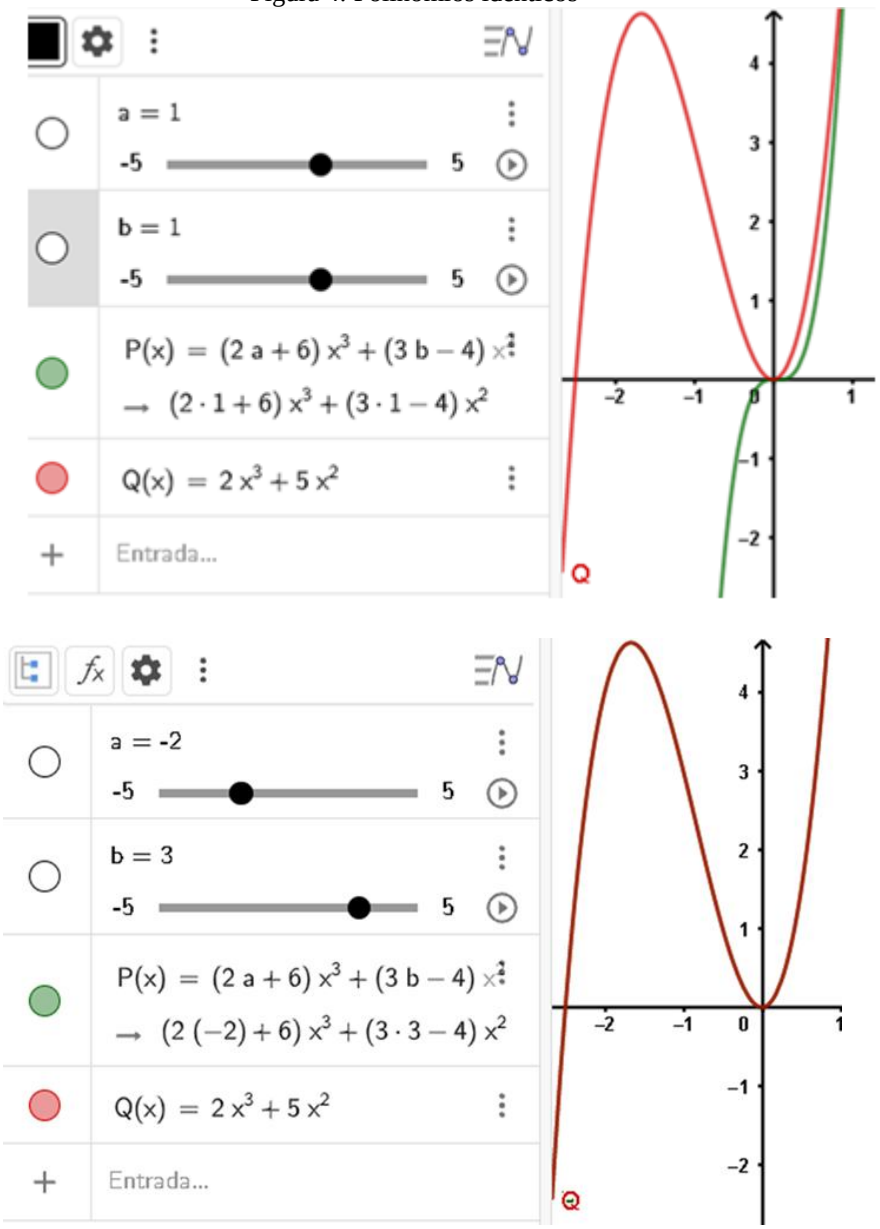


Fonte: Autora (2020)

Esta questão proporcionou a exploração do valor numérico de um polinômio P(x) do primeiro grau, a associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano e a exploração das propriedades dos coeficientes angular e linear, utilizando o controle deslizante. Valor numérico de um polinômio é usado quando se deseja elaborar e resolver problemas representados por expressões algébricas e nos quais utilizam-se as propriedades das operações. Em atividades como esta, pode-se integrar os conceitos de Álgebra, Geometria e Aritmética.

Atividade 02: Calcule a e b de modo que os polinômios sejam idênticos, $P(x) = (2a +6)x^3 + (3b- 4)x^2$ e $Q(x) = 2x^3+5x^2$.

Figura 4: Polinômios idênticos

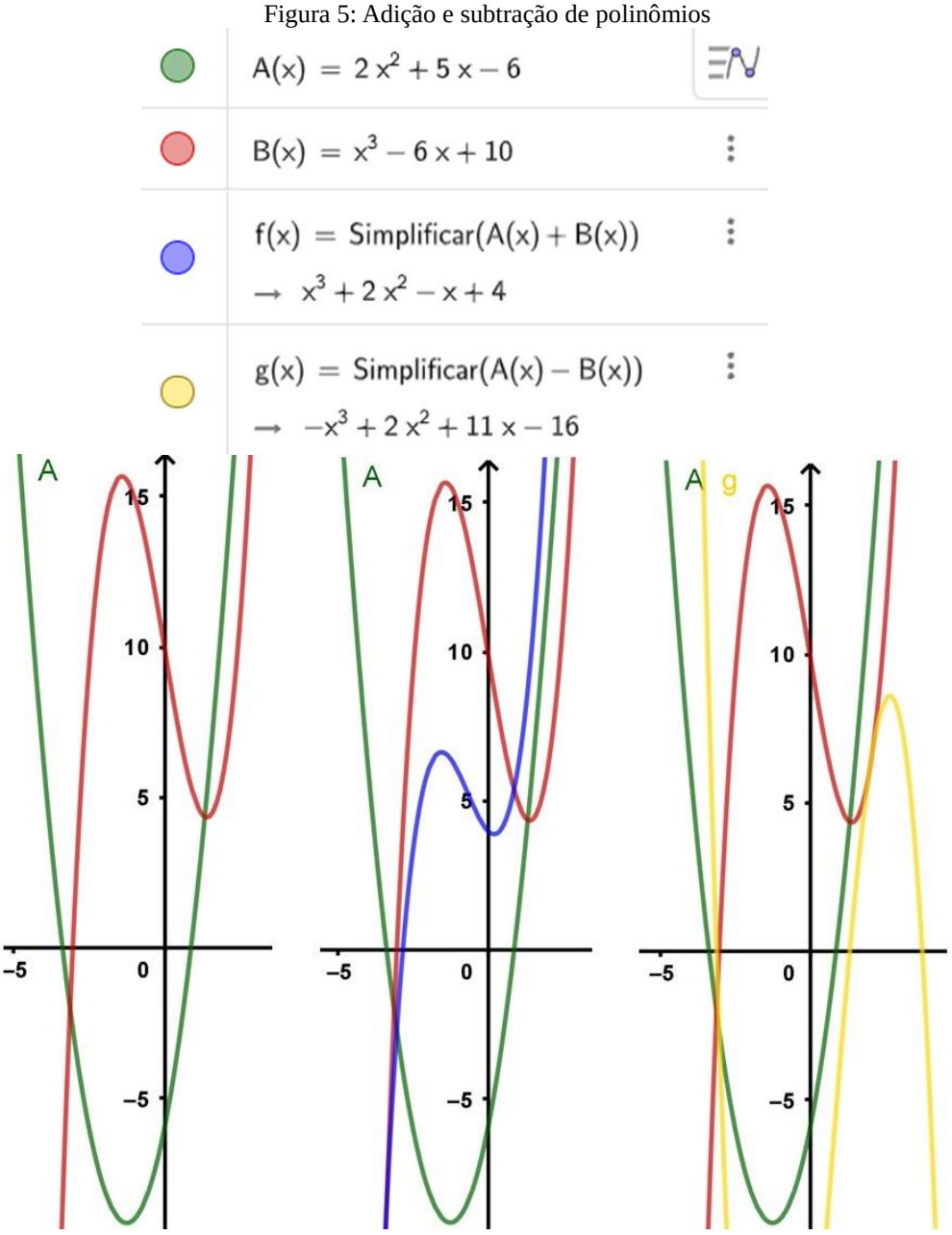


Fonte: Autora (2020)

A atividade 02 teve como objetivo trabalhar o conceito de igualdade de polinômios utilizando o controle deslizante. Além disso, a questão proporcionou a exploração da representação geométrica (plotagem de gráfico) e os conceitos de polinômio nulo, coeficientes de polinômios nulo e idênticos e resolução de equação polinomial do primeiro grau.

Atividade 03: Dados os polinômios $A(x) = 2x^2 + 5x - 6$ e $B(x) = x^3 - 6x + 10$, dê o que se pede: a) A(x) + B(x) b) A(x) - B(x)

Figura 5: Adição e subtração de polinômios



Fonte: Autora (2020)

A atividade 03 proporcionou a exploração de operações com polinômios (soma e subtração). Pode-se explicar aos alunos que as "operações e propriedades utilizadas na aritmética são aceitas entre os termos algébricos. Assim, os estudantes "podem comparar as duas linguagens, o que facilita a compreensão" (OLIVERIA, FUGITA, 2018). Tanto no

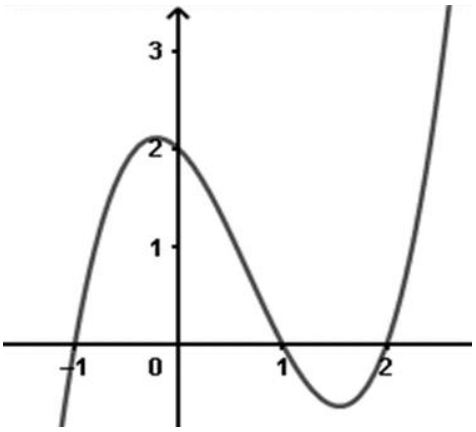
geogebra quanto de forma tradicional, as operações com polinômios podem ser exploradas no cálculo de áreas de figuras planas, somando, subtraindo, multiplicando ou dividindo duas áreas, por exemplo. Na subtração, ainda é possível explorar o conceito de polinômio oposto.

A adição e a subtração, no geogebra, possibilita a compreensão de um monômio e a redução de termos semelhantes, além de proporcionar a visualização das alterações nas representações algébrica e geométrica de polinômios (Figura 5). Para resolver a atividade, após digitar os polinômios na barra de entrada, os alunos utilizaram o comando simplificar (pode-se usar também expandir) tanto para somar quanto para subtrair.

Atividades 04 e 05: Raízes e grau de funções polinomiais

04. O polinômio representado no gráfico abaixo é:
(A) $x^3 - 2x^2 - x + 2$
(B) $x^3 - 5x^2 + x + 2$
(C) $x^3 + x^2 + x + 2$
(D) $x^3 + x^2 + x$
(E) N.d.a.

05. (UFGRGS). O gráfico abaixo pode representar a função definida por:
(A) $x^3 + 5x^2 - 20$
(B) $x^3 + 5x^2 - 4x - 20$
(C) $x^4 + 5x^3 - 20x - 4$
(D) $x^4 + 5x^3 - 4x - 20$
(E) $X^4 + 5x^3 - 4x^2 - 20x$



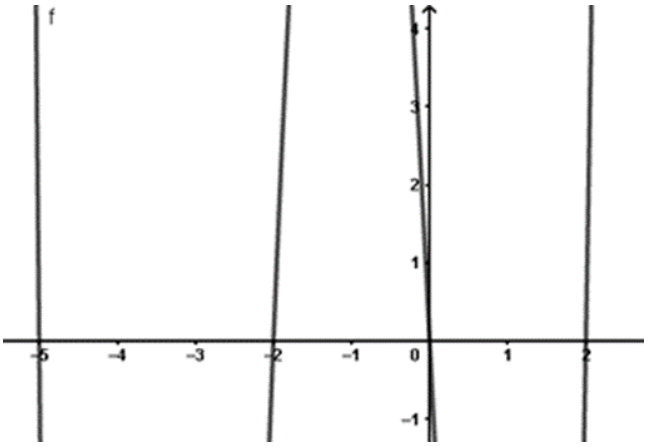
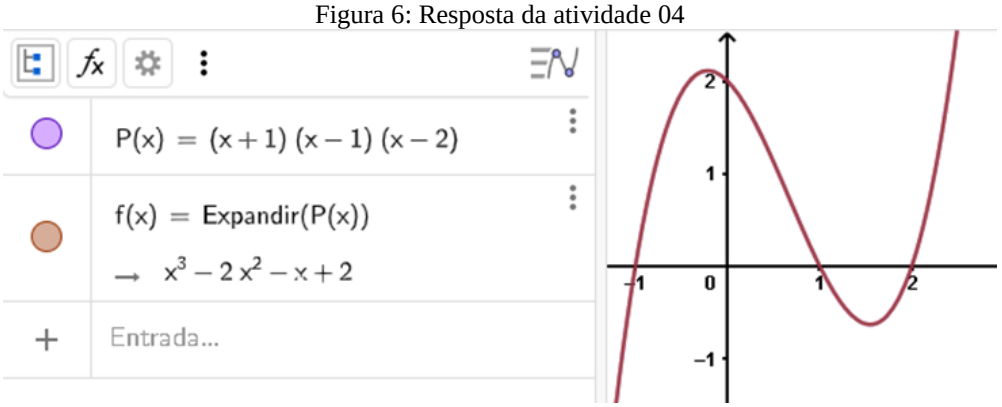
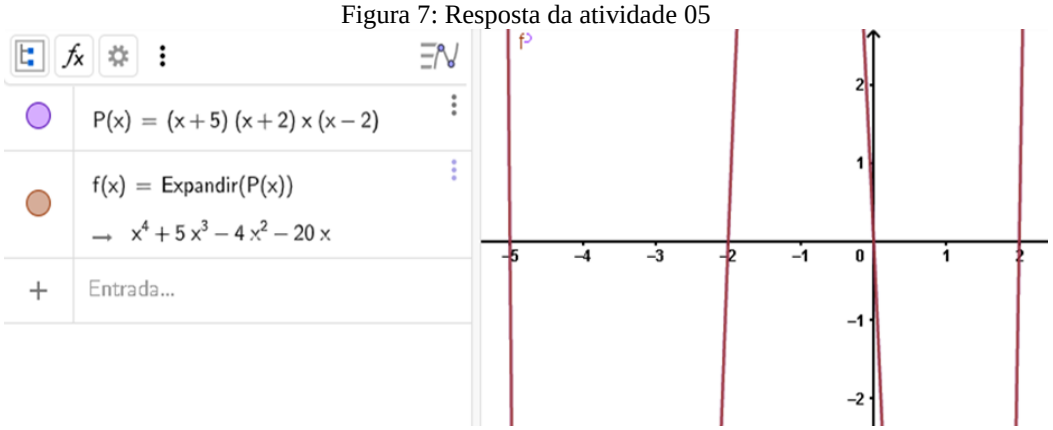


Figura 6: Resposta da atividade 04



Fonte: Autora (2020)

Figura 7: Resposta da atividade 05



Fonte: Autora (2020)

As atividades 04 e 05, proporcionaram a exploração da forma algébrica de polinômios a partir da representação geométrica. Para tanto, considerou-se o teorema fundamental da Álgebra, segundo o qual, toda equação algébrica de grau n ≥ 1 possui pelo menos uma raiz complexa (LOGEN, 2016, p. 207), e sua consequência, o teorema fundamental da decomposição para evidenciar a relação entre as raízes e o grau de polinômios.

4.1.3 – Resolução do segundo grupo de atividades

Os problemas foram utilizados para possibilitar a compreensão da aplicação de polinômios em situações cotidianas e demonstrar as relações entre conceitos e procedimentos da Aritmética, Álgebra e Geometria. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017, p. 535) os problemas cotidianos têm papel fundamental para o aprendizado e a aplicação de conceitos matemáticos e sua resolução "contribui para o desenvolvimento da leitura e do raciocínio lógico, da criatividade, da autonomia, da autoconfiança, da construção de estratégias, entre tantas outras habilidades" (COSTA e FREITAS, 2017). Embora, não fosse esse o foco do trabalho, a leitura e a compreensão contribuíram significativamente para o uso e a compreensão da linguagem algébrica, a definição de estratégias e a intepretação dos resultados. Assim, a exploração dos problemas proporcionou a interpretação algébrica e geométrica no geogebra para além dos cálculos algébricos.

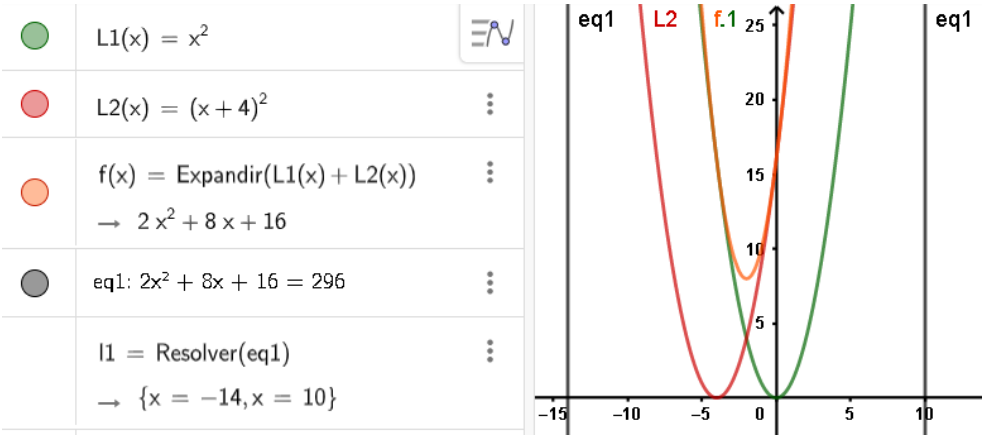
Os problemas 1 e 2, tiveram como objetivo a exploração de equações polinomiais e o cálculo de área de figuras planas – exploração algébrica; o problema 3, abordou o valor numérico de uma função polinomial do 2º grau e o 4, a resolução de situações problemas por meio de equações polinomiais.

Problema 01. (Adaptado GUELLI, 1992, p. 47) Juliana possui dois depósitos de materiais de construção. O formato dos terrenos é quadrado e juntos ocupam uma área de 296 m². O lado de um dos terrenos tem 4 m a mais que o outro terreno. Encontre a expressão da área de cada quadrado, determine a equação polinomial que expressa a área dos 2 quadrados e calcule a medida do lado do terreno maior.

O problema 01 foi resolvido por meio de uma equação polinomial do 2º grau. Com ele é possível explorar os valores que a incógnita pode assumir e o conceito de raiz, por exemplo. Em situações como a apresentada, x só pode assumir valores positivos, pois valores negativos não representam medida de lado de figuras geométricas.

Para resolver a situação, os participantes encontraram a expressão que representa a área de cada um dos terrenos. Em seguida utilizaram o produto notável "quadrado da soma de dois termos" para expandir a área do terreno maior. Por meio da soma de polinômios, reduziram os termos semelhantes encontrando a equação do 2º grau que representa a área dos dois terrenos. Em seguida determinaram suas raízes.

Figura 8: Resolução de equação polinomial



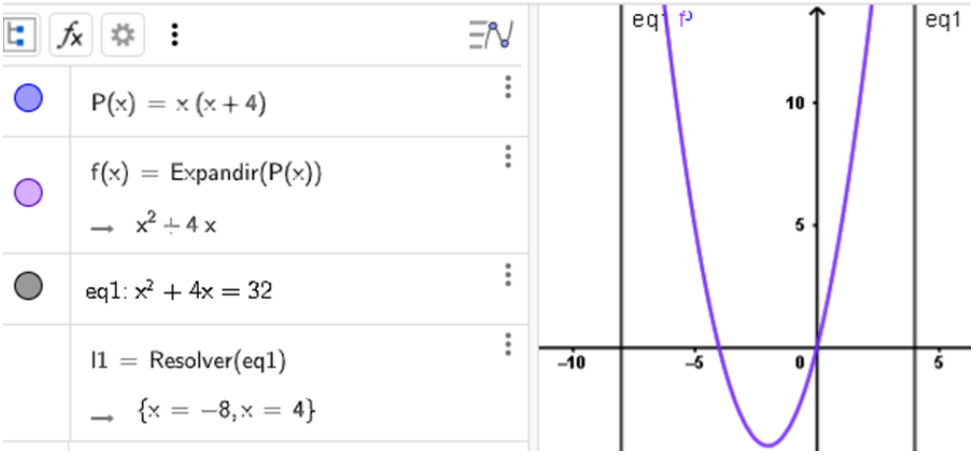
Fonte: Autora (2020)

A expressão da área do quadrado menor é x^2 e do quadrado maior é $(x + 4)^2$; a equação polinomial que expressa a área dos dois quadrados é $2x^2 + 8x + 16 = 296$; a medida do lado do terreno menor é x =10 e a do terreno maior é x + 4 = 14.

Problema 02. (Adaptado LEONARDO, 2010, p.60). Mariana decidiu comprar tela para cercar um galinheiro retangular cuja área é 32 m². Sabendo que um dos lados do galinheiro tem 4 metros a mais que o outro, encontre o polinômio que representa as dimensões do galinheiro e calcule quantos metros de tela Mariana vai precisar comprar.

Para resolver o problema acima, os participantes identificaram a medida das dimensões do galinheiro e determinaram a medida da área retangular (base *x* altura). Em seguida, encontraram as raízes da equação polinomial e, pelo cálculo do perímetro, calcularam a quantidade de tela necessária para cercar o galinheiro.

Figura 9: Equação polinomial



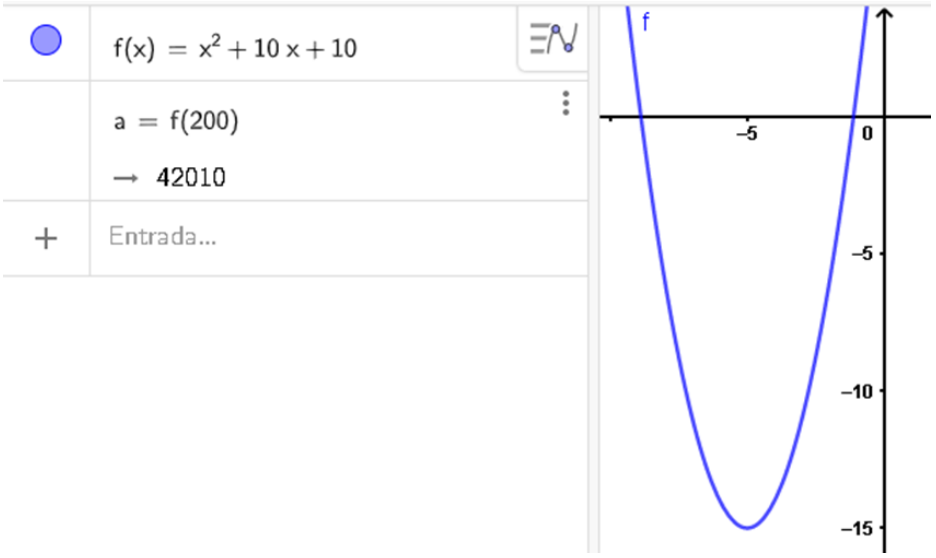
Fonte: Autora (2020)

O polinômio que representa as dimensões do galinheiro é $x^2 + 4x$. Mariana vai precisar de: $x + x + (x + 4) + (x + 4) = 24$m de tela.

Problema 03. O lucro de determinado produto vendido por uma empresa é dado pelo polinômio $x^2 + 10x + 10$. Caso sejam vendidas 200 unidades do produto, qual deverá ser o lucro?

Os participantes resolveram o problema 03 pelo cálculo do valor de uma função polinomial do 2º grau. Em problemas como este, pode-se explorar grandezas dependentes, como o valor e o custo de produção de um produto, por exemplo.

Figura 10: Valor numérico de uma função polinomial

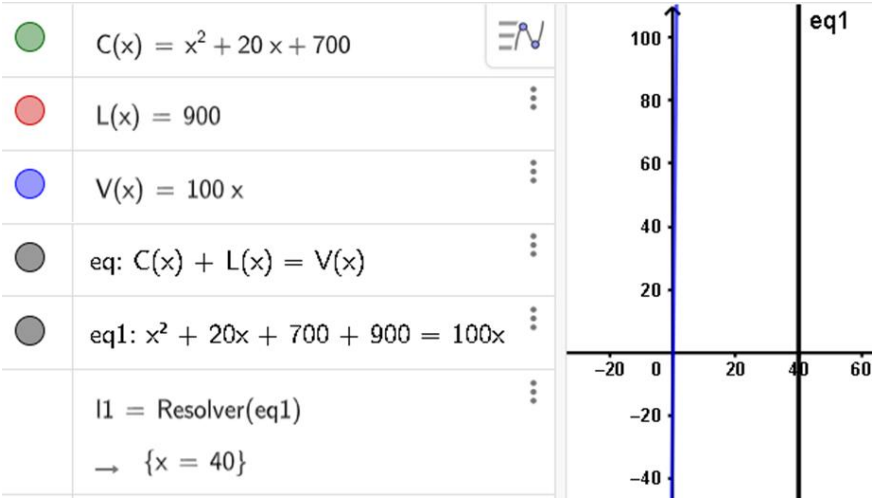


Fonte: Autora (2020)

Caso sejam vendidas 200 unidades o lucro deverá ser de R$ 42. 010,00

Problema 04. (FAAP – SP). Uma indústria produz, por dia, x unidades de determinado produto, e pode vender tudo o que produzir a um preço de R$ 100,00 a unidade. Se x unidades são produzidas a cada dia, o custo total da produção diária é igual a $x^2 + 20x + 700$. Portanto, para que a indústria tenha lucro diário de R$ 900,00, qual deve ser o número de unidades produzidas e vendidas por dia?

Figura 11: Resolução de equação polinomial



Fonte: Autora (2020)

O número de unidades produzidas e vendidas por dia deve ser de 40 unidades.

O segundo grupo de atividades (problemas polinomiais) proporcionou a aplicação de polinômios dentro de um contexto real e possibilitou a integração e a compreensão das relações entre conceitos e procedimentos da Aritmética, Álgebra e Geometria, ao trabalhar o cálculo de área de polígonos. No geogebra, explorou-se a soma e a multiplicação de polinômios, o cálculo das raízes de uma equação do segundo grau, a expressão algébrica de uma função polinomial e seu valor numérico, vértice da parábola, valores de máximo e de mínimo, conceito de variáveis e a significação de expressões algébricas. No problema 01 foi explorado também o produto notável "quadrado da soma de dois termos".

Após a experiência didática os participantes responderam, em dupla, o 2.º questionário com 5 questões subjetivas. O instrumento proporcionou a avaliação sobre as dificuldades e as aprendizagens ocorridas. A primeira questão foi relacionada às primeiras ideias abordadas para o desenvolvimento das atividades. Segundo Romanatto (2012) para resolver um problema os estudantes exercitam diversas capacidades intelectuais da mesma forma que mobilizam estratégias diversas, "tais como: criatividade, intuição, imaginação, iniciativa, autonomia, liberdade, estabelecimento de conexões, experimentação, tentativa e erro, utilização de problemas conhecidos e interpretação dos resultados". As duplas responderam que discutiram sobre polinômios na tentativa de lembrar os conceitos e procedimentos matemáticos envolvidos na resolução de expressões algébricas e como explorar Álgebra e Geometria no geogebra.

Em relação às dificuldades encontradas, de acordo com as respostas dos participantes, a falta de conhecimentos sobre o conteúdo de polinômio e as operações a serem utilizadas (conhecimentos prévios), foi o que mais dificultou a resolução e interpretação dos resultados tanto de forma tradicional quanto no geogebra, seguida da dificuldade de uso do controle deslizante do *software*. Segundo Morais (2008) embora, seja necessária a existência de conhecimentos prévios em qualquer situação de aprendizagem, esses conhecimentos não são suficientes para que os alunos venham a entender ou a guardar novas informações. No entanto, afirma que tais conhecimentos "não só permitem o contato inicial com o novo conteúdo como também facilitam a construção dos novos significados". Dessa forma, infere-se que a construção de conceitos matemáticos de forma gradativa contribui significativamente para o sucesso escolar do aluno.

Em relação às aprendizagens, os participantes responderam que a experiência proporcionou compreensão do conceito de polinômio e sua utilização em atividades cotidianas e o que fez conhecer/aprender melhor sobre o conteúdo foi a mediação tanto da

pesquisadora quanto do geogebra. Segundo Masetto (2000)

> A mediação pedagógica coloca em evidência o papel de sujeito do aprendiz e o fortalece como ator de atividades que lhe permitirão aprender e conseguir atingir seus objetivos; e dá um novo colorido ao papel do professor e aos novos materiais e elementos com que ele deverá trabalhar para crescer e se desenvolver.

Para Libâneo (2004) "a característica mais destacada do trabalho do professor é a mediação docente pela qual ele se põe entre o aluno e o conhecimento para possibilitar as condições e os meios de aprendizagem, ou seja, as mediações cognitivas". Enquanto as tecnologias digitais "proporcionam processos intensivos de interação, de integração e mesmo a imersão total do aprendiz em um ambiente de realidade virtual" (KENSKI, 2003).

Em relação à contribuição do geogebra, os participantes responderam que o *software* é um recurso facilitador da aprendizagem de polinômios, pois proporciona visualização e compreensão do conteúdo, além de "agilizar o tempo gasto na resolução das atividades e proporcionar resultados mais confiáveis", segundo uma das duplas. Para outra dupla, a "importância do *software* está muito além de resolver os cálculos rapidamente como uma calculadora", pois "a interação entre Álgebra e Geometria, é muito eficaz para a compreensão de conceitos algébricos".

No que se refere à visualização, Soares (2019), afirma ser "um aspecto do pensamento matemático e de suma importância para compreensão e para o raciocínio". Ainda segundo o autor, a "visualização não se limita apenas à representação de imagens, figuras ou desenhos para ilustrar certos objetos ou conceitos, mas é usada em todas as etapas do processo de solução de qualquer atividade Matemática". Assim, visualização e a interatividade das representações algébrica e geométrica, contribuiu consideravelmente para a compreensão dos conceitos de polinômios.

Concluindo, com base no estudo realizado, considera-se que o uso de tecnologias digitais no processo de mediação pedagógica, contribui para o aprimoramento das práticas de ensino e promove aprendizagem, uma vez que proporciona proatividade aos alunos e favorece a motivação para busca de alternativas na resolução de problemas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo a elaboração de um "Caderno de Atividades" de polinômios desenvolvidas com o *software* geogebra, para auxiliar professores no ensino de conteúdos matemáticos. Considera-se que o objetivo foi atingido, conforme apresentado no

apêndice A.

Para o desenvolvimento do trabalho, considerou-se que, nas últimas décadas, o baixo rendimento e a desmotivação dos alunos têm desafiado as instituições escolares a buscarem novos rumos para superação das complexidades do processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Ao realizar a pesquisa bibliográfica, verificou-se que há estudos que comprovam a importância do uso das tecnologias no processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Da mesma forma que há diversas experiências exitosas com o geogebra. Sobre as tecnologias destaca-se, em especial, aquelas que requerem a visualização e construção de imagens, como uma boa oportunidade para o fortalecimento das práticas de ensino (SOARES, 2019). Porém, cabe à escola e ao professor selecionar os instrumentos que melhor se adequa à sua proposta pedagógica, de forma a proporcionar o desenvolvimento cognitivo.

Baseado nos princípios vygotskianos de aprendizagem, considerou-se que as tecnologias digitais, enquanto recursos didáticos pedagógicos, inovam e renovam as metodologias de ensino, proporcionando resultados positivos ao desenvolvimento escolar do aluno, por serem potenciais mediadores no processo ensino-aprendizagem, além de serem uma linguagem comum no cotidiano dos jovens e adolescentes.

No entanto, apesar de serem potenciais mediadores, as tecnologias sozinhas não aprimoram o ensino nem melhora o aprendizado, sendo necessário a mediação pedagógica do professor. Pois, é o docente quem vai intervir de forma crítica e facilitar a discussão e a interação em torno do problema a ser resolvido.

Nesse sentido, é que se discute a importância da formação e valorização profissional, das condições adequadas de trabalho, de investimentos em equipamentos atuais e na estrutura básica das escolas, de forma a garantir que o professor tenha condições de atuar como facilitador do processo que gera conhecimentos.

O estudo sobre as perspectivas da formação integrada contribuiu para a compreensão do conceito e dos sentidos da formação Técnica Profissional de Nível Médio e como esta deve ser proporcionada aos alunos, de forma a garantir seu desenvolvimento pessoal e profissional. Fundamentar-se na concepção de trabalho como princípio educativo é a via para romper com a dualidade estrutural da educação profissional e preparar os estudantes para aplicar seus conhecimentos na vida pessoal e profissional.

Em relação à experiência didática, houve muita empolgação dos alunos. Apesar das dificuldades em realizá-la de forma remota, os resultados foram satisfatórios, pois a proposta

de uso do geogebra foi bem aceita pelos participantes que validaram o Produto Educacional "Caderno de Atividades: o ensino de polinômios com o *software* geogebra", ao afirmarem que o PE teve uma contribuição positiva para a interpretação e assimilação de conceitos algébricos.

Durante a realização da experiência, as dificuldades apresentadas foram relacionadas à ausência de conhecimentos básicos de Aritmética e Álgebra, ao domínio de ferramentas do geogebra e à análise e interpretações das representações algébricas e geométricas. No entanto, a interação entre a dupla e a mediação da pesquisadora e de participantes com mais domínio, contribuíram para superação das dificuldades.

Dessa forma, respondendo à questão da pesquisa: qual a importância da utilização do s*oftware* geogebra no ensino de polinômios?, conclui-se que a ferramenta é de grande relevância para a aprendizagem de polinômios, por possibilitar melhor compreensão e interpretação dos conceitos envolvidos, ao proporcionar visualização e exploração interativa das representações algébrica e geométrica ao mesmo tempo.

Portanto, espera-se que o estudo promova uma nova percepção sobre a importância do uso das tecnologias em sala de aula e sobre a importância da mediação pedagógica do professor; propicie aprendizagem significativa aos alunos; possibilite melhor interação do aluno com os conteúdos trabalhados; desperte nos estudantes o protagonismo pela própria aprendizagem e promova a integração ciência, tecnologia e sociedade.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Josias Júlio. **Atividades exploratórias de Álgebra e Geometria com a utilização do s*oftware* GeoGebra para a formação continuada de Professores de Matemática do Ensino Fundamental**. Ouro Preto – MG. 2017. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/9343/11/PRODUTO_AtividadesExplorat%C3%B3rias%C3%81lgebra.pdf. Acesso em: set. de 2019.

BASNIAK, Maria Ivete; ESTEVAM, Everton José Goldoni. **O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica**. Curitiba. 2014. Disponível em: https://pibid.unespar.edu.br/sobre/livros-pibid/geogebra-livro-do-professor.pdf. Acesso em: 11 de nov. de 2019.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**: 8º. ano. 8. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de; CHIARI, Aparecida Santana de Souza. **Tecnologias Digitais e a relação entre teoria e prática: uma análise da produção em trinta anos de BOLEMA**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 29, n. 53, p. 1115-1140, 2015. Disponível em: https://www.scielo.br/pdf/bolema/v29n53/1980-4415-bolema-29-53-1115.pdf. Acesso em: mar. de 2020.

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Autêntica Editora, 2004. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba-minicurso_a-pesquisa-qualitativa-em-em.pdf. Acesso em: 28 de dez. de 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, DF, dez. 2017a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base. Acesso em: 30 de mai. de 2020.

BRASIL. **Resolução CNE/CEB nº 6.** Diretrizes curriculares nacionais para a educação profissional técnica de nível médio. 2012. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=11663-rceb006-12-pdf&category_slug=setembro-2012-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 17 de abr. de 2021.

BRASIL. **Sistema de Avaliação da Educação Básica** - Evidências da edição 2017b. INEP. Brasília, DF, 2018. Disponível em http://portal.mec.gov.br/. Acesso em: 27 de dez. de 2019.

CAVALCANTE, Nahum Isaque dos Santos. **O Ensino de Matemática no contexto das novas tecnologias: refletindo as potencialidades do uso de softwares dinâmicos como recurso em sala de aula.** V CONNEPI-2010, 2010. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20102/2015-II/slides/Texto%207%20-%20MAT%20102%20-%202015-II.pdf. Acesso em: 04 de mar. de 2021.

CIAVATTA, Maria. **A formação integrada à escola e o trabalho como lugares de memória e de identidade**. Revista Trabalho Necessário, v. 3, n. 3, 2005. Disponível em: https://periodicos.uff.br/trabalhonecessario/article/view/6122. Acesso em: 30 de mai. de 2021.

COELHO, Luana; PISONI, Silene. **Vygotsky: sua teoria e a influência na educação**. Revista e-PED, v. 2, n. 1, p. 144-152, 2012. Disponível em: http://facos.edu.br/publicacoes/revistas/e-ped/agosto_2012/pdf/vygotsky_-_sua_teoria_e_a_influencia_na_educacao.pdf. Acesso em: 22 de mai. de 2021.

COSTA, Gabrielle Corrêa de Jesus; FREITAS, Adriano Vargas. **Análise de estratégias de resolução de problemas matemáticos de alunos da EJA**. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 7, n. 2, 2017. Disponível em: http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4698. Acesso em: 05 de jun. de 2021.

CORREIA, Divanez Alves et al. **A educação profissional tecnológica na base nacional comum curricular: concepções e contradições**. Revista Prática Docente, v. 5, n. 1, p. 563-581, 2020. Disponível em: http://200.129.244.167/periodicos/index.php/rpd/article/view/618. Acesso em: 02 de jun. de 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. 2.ed.

São Paulo: Editora Ática, 1993.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática**, 8º Ano: Ensino Fundamental, Anos Finais. 2018. 3. Ed. São Paulo: Ática.

DIERINGS, André Ricardo. **Ensino de polinômios no ensino médio – uma nova abordagem**. Santa Maria – RS. 2014. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Santa Maria. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/10940/DIERINGS,%20ANDRE%20RICARDO.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 20 de nov. de 2019.

FELCHER, C. D. O.; PINTO, A. C.; FOLMER, V. **Tendências em Tecnologias digitais no Ensino da Matemática Reveladas no EBRAPEM.** Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 21, n. 2, 2019. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/emp/issue/view/Volume%2021-2. Acesso em: 18 de abr. de 2020.

FIORENTINI, Dario.; MIORIM, Maria Ângela.; MIGUEL, Antônio. **A contribuição para repensar... a educação algébrica elementar**. Pro-Posições, Campinas, SP, v. 4, n. 1, p. 78–91, 2016. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644384. Acesso em: 20 jun. 2021.

FRIGOTTO, Gaudêncio; CIAVATTA, Maria; RAMOS, Marise. **A gênese do decreto N. 5.154/2004 um debate no contexto controverso da democracia restrita**. Revista Trabalho Necessário, v. 3, n. 3, 2005. Disponível em: http://forumeja.org.br/pf/sites/forumeja.org.br.pf/files/CIAVATTAFRIGOTTORAMOS.pdf. Acesso em: 30 de mai. de 2021.

FUNDAÇÃO TELEFÔNICA VIVO. **Juventudes e conexões educação**. 3ª Edição. 2019. Disponível em:http://fundacaotelefonica.org.br/wp-content/uploads/pdfs/juventudes-e-conexoes_educacao. Acesso em: 04 de maio de 2020.

GEOGEBRA, Instituto. **O que é o geogebra?** UESB, 2014. Disponível em: <http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7>. Acesso em: 29 de out. de 2020.

GUIZELINI, Alessandra et al. O" Gostar de Matemática": em busca de uma interpretação psicanalítica. **Boletim de Educação Matemática**, v. 18, n. 23, 2005. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223444002.pdf. Acesso em: 30 de abr. de 2021.

BRASIL. **Relatório Brasil no PISA 2018**. Versão Preliminar. INEP. Brasília, DF, 2019. Disponível em http://portal.inep.gov.br/acoes-internacionais/pisa/resultados. Acessado em: 27 de dez. de 2020.

KENSKI, Vani Moreira. Aprendizagem mediada pela tecnologia. Revista diálogo educacional, v. 4, n. 10, p. 1-10, 2003. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/1891/189118047005.pdf. Acesso em: 31 de mai. de 2021.

LEITE, Miriam Soares. **Entre a bola e o MP3: novas tecnologias e diálogo intercultural no cotidiano escolar adolescente**. Didática: questões contemporâneas. Rio de janeiro: Forma & ação, p. 121-138, 2009.

LIBÂNEO, José Carlos. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov**. Revista Brasileira de Educação, n. 27, p. 5-24, 2004. Disponível em: https://www.scielo.br/j/rbedu/a/ZMN47bVm3XNDsJKyJvVqttx/?lang=pt. Acesso em: 31 de mai. De 2021.

LIMA, Erika Roberta Silva de; SANTOS, Jean Mac Cole Tavares; SILVA, Lenina Lopes Soares. **Perspectiva de integração do ensino médio com a educação profissional nas metas e estratégias do Plano Nacional de Educação 2014-2024**. Colóquio Nacional-A produção do conhecimento em Educação Profissional, 2015. Disponível em: https://ead.ifrn.edu.br/portal/wp-content/uploads/2016/01/Artigo-30.pdf. Acesso em: 05 de jun. De 2021.

LOGEN, Adilson. Matemática: padrões e relações, 3. Ensino Médio. 1. Ed. São Paulo. Editora do Brasil. 2016. Disponível em: https://leonardoportaldesign.files.wordpress.com/2020/02/padroes-e-relacoes-3ano.pdf. Acesso em 08 de jul. 2021.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de pesquisa**. Vol. 2. São Paulo: Atlas, 2002.

MASSETO, M. T. **Mediação pedagógica e o uso da tecnologia**. In: MORAN, J. M.; MASSETO, M. T.; BEHRENS, M. A. Novas tecnologias e Mediação Pedagógica. 10 ed. São Paulo: Papirus, 2000. Disponível em: https://www.academia.edu/10222269/Moran_Masetto_e_Behrens_-_NOVAS_TECNOLOGIAS_E_MEDIA%C3%87AO_PEDAGOGICA. Acesso em: 01 de jun. de 2020.

MÓNICO, Lisete et al. A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. **CIAIQ 2017**, v. 3, 2017. Disponível em: https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2017/article/view/1447. Acesso em: 30 de abr. de 2021

MORAIS, Rosilda dos Santos. **A aprendizagem de polinômios através da resolução de problemas por meio de um ensino contextualizado**. 2008. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/2442?show=full. Acesso em: 22 de mai de 2021.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. Edição. São Paulo - SP: Editora Pedagógica e Universitária Ltda. 1999. Disponível em: file:///C:/Users/divap/Downloads/Teorias_da_aprendizagem_Marco_Antonio_Mo.pdf. Acesso em: 24 de jun. de 2020.

OLIVEIRA, Carlos N. C. de; FUGITA, Felipe. **Matemática: Ensino Fundamental** - Anos Finais. 8º Ano. 2 ed. São Paulo. Geração Alpha. 2018.

OLIVEIRA, Jefferson Dantas de; MADRUGA, Zulma Elizabete de Freitas. **Função polinomial do segundo grau: uma prática utilizando o software Geogebra**. TANGRAM-Revista de Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 102-113, 2018. Disponível em: <http://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/7359>. Acesso em: 05 de nov. de 2019.

PACHECO, J. A.; BARROS, J. V. **O uso de softwares educativos no ensino de matemática**. Revista Diálogos**.** v. 8, p. 5-13, 2013. Disponível em: http://www.revistadialogos.com.br/dialogos_8/adson_janaina.pdf. Acesso em: 03 de abr. de 2020.

PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. da S. L.**Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio**. Revista Principia, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, 2018. Disponível em: https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612. Acesso em: 27 de jun. de 2020

PERIUS, Ana Amélia Butzen. **A tecnologia aliada ao ensino de matemática**. 2012. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/95906. Acesso em: 22 de mai. de 2021

PORTAL PORVIR. Resultados da pesquisa. 2019. Disponível em: https://porvir.org/nossaescolarelatorio/. Acesso em: 10 abr. de 2020.

RAMOS, Marise. Concepção do ensino médio integrado. **Texto apresentado em seminário promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Pará nos dias**, v. 8, 2008. Disponível em: http://forumeja.org.br/go/sites/forumeja.org.br.go/files/concepcao_do_ensino_medio_integrado5.pdf. Acesso em: 30 de mai de 2021.

RAMOS, Marise. Ensino médio integrado: ciência, trabalho e cultura na relação entre educação profissional e educação básica. **Educação profissional e tecnológica no Brasil contemporâneo: desafios, tensões e possibilidades. Porto Alegre: Artmed**, p. 42-57, 2010.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012. Disponível em: http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/413/178. Acesso em: 19 de jun. de 2021.

SANCHES, Bruno Ferreira; SOUSA, Douglas Coutinho de; BARBOSA, Rômulo Narayan Condes.**O ambiente do software geogebra: uma ferramenta interativa para o ensino da matemática**. Macapá-AM. 2011. Trabalho de conclusão de curso. Universidade Federal do Amapá. Disponível em: <https://www2.unifap.br/matematica/files/2017/07/TCC-2011-Bruno-ferreira-Geogebra-Uma-ferramenta-INterativa-para-o-ensino-da-Matem%c3%a1tica.pdf>. Acesso em: jan. de 2020.

SILVA, Alison Luan Ferreira da. **História da matemática, tecnologias digitais e investigação matemática no ensino de unidades temáticas de matemática da BNCC para o 8º ano**. 2019. Dissertação de Mestrado. Brasil. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/handle/123456789/28515. Acesso em: 23 de mai. de 2021.

SOARES, Luciano Gomes. **Imagens virtuais e atividades matemáticas: um estudo sobre representação semiótica na página do facebook matemática com Procópio.** 2019. Dissertação de Mestrado. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/342151825_IMAGENS_VIRTUAIS_E_ATIVIDADES_MATEMATICAS_UM_ESTUDO_SOBRE_REPRESENTACAO_SEMIOTICA_NA_PAGINA_DO_FACEBOOK_MATEMATICA_COM_PROCOPIO. Acesso em: 19 de jun. de 2021.

SOARES, Luis Havelange. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, 2012. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8923/6598. Acesso em: 20 de mar. De 2021.

TOKARNIA, Mariana. **Maioria dos alunos gosta de estudar português e matemática**. Agência Brasil. 2019. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2019-04/maioria-dos-alunos-gosta-de-estudar-portugues-e-matematica. Acesso em: 10 de abr. de 2020.

TRIGUEIRO, Rodrigo de Menezes. **Metodologia científica**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional S.A, 2014.

VAZ, Duelci Aparecido de Freitas. **Experimentando, Conjecturando, Formalizando e Generalizando: articulando investigação matemática com a geogebra**. Revista Educativa-Revista de Educação, v. 15, n. 1, p. 39-51, 2012 . Disponível em:<http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/2491>. Acesso em: 10 de nov. de 2019.

VYGOTSKI, Lev Semenovitch. **A formação social da mente**. Psicologia, v. 153, p. V631, 1989. Disponível em: https://btux.com.br/wp-content/uploads/sites/10/2018/07/Livro-A-forma%C3%A7%C3%A3o-social-da-mente.pdf. Acesso em: 28 de mar. De 2020.

APÊNDICE A – Produto Educacional

PROFEPT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA TOCANTINS

CADERNO DE ATIVIDADES

O ensino de polinômios com o *software* GeoGebra

Me. Divanez Alves Correia
Dr. Wallysonn Alves de Souza

Palmas – TO
2021

Os autores

Divanez Alves Correia

Natural de Luciara, Mato Grosso. Atua há 28 anos no ensino de Matemática, na Rede Estadual de Mato Grosso. Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual de Mato Grosso – UNEMAT, (1997). Especialista em Matemática e Estatística pela Universidade Federal de Lavras – UFLA, (2002). Mestre em Educação Profissional e Tecnológica pelo ProfEPT, do Instituto Federal do Tocantins, Campus Palmas (2021).

Wallysonn Alves de Souza

Natural de Serra Dourada, Bahia. Atua a 22 anos no ensino de Matemática. Graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Goiás - PUC-GO, (1999), mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Goiás - UFG, 2003 e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho - UNESP, Brasil (2013). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Tocantins, Brasil.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tela de apresentação do geogebra 7
Figura 2 - Aplicativos do geogebra 8
Figura 3 – Tela do geogebra clássico 9
Figura 4 – Calculadora 10
Figura 5 – Calculadora gráfica 11
Figura 6 – Calculadora 3D 12
Figura 7 – Calculadora CAS 12
Figura 8 – Nota geogebra 13
Figura 9 – Barra de comandos do geogebra 13
Figura 10 – Planta baixa 16
Figura 11 – Valor numérico de um polinômio do 1º grau 19
Figura 12 – Exploração de retas que passam por e pontos 20
Figura 13 – Exploração do controle deslizante 21
Figura 14 - Adição e subtração de polinômios 23
Figura 15 - Interpretação geométrica de função polinomial 25
Figura 16 – Interpretação geométrica de função polinomial 26
Figura 17 – Cálculo de área 27
Figura 18 –. Cálculo de área 28
Figura 19 – Valor numérico de um polinômio do 2º grau 29
Figura 20 – Resolução de equações 30

SUMÁRIO

Apresentação 5

1 O geogebra como ferramenta de mediação do conhecimento matemático 6

2 Breve comentário sobre o conteúdo de polinômios e sua aplicação em contextos reais 14

3 Exploração das atividades 17

3.1 Atividades 17

3.2 Exploração dos problemas 26

5 Considerações finais 31

Referências 32

APRESENTAÇÃO

Caros professores!

Este Caderno de Atividades é o Produto Educacional vinculado à dissertação de Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica — PROFEPT, do Instituto Federal do Tocantins, intitulada: Ensino de polinômios: caderno de atividades com o geogebra, elaborado sob a orientação do Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza. O produto foi elaborado para auxiliar professores no ensino de polinômios, tendo como auxiliador da aprendizagem o *software* geogebra.

O caderno reúne um conjunto de atividades de polinômios desenvolvidas com o geogebra, com a finalidade de apresentar ideias para tornar as aulas de Matemática mais dinâmicas e mais atraentes para os alunos. Com o uso do *software* o aluno pode se sentir motivado a observar, raciocinar, investigar e desenvolver métodos próprios de apreender, ampliar e consolidar conceitos, procedimentos e representações de polinômios, assim como interpretar e resolver problemas de forma a significar conceitos matemáticos.

As atividades foram aplicadas aos alunos do 3.º Ano do Ensino Médio Integrado do Curso de Agroindústria do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso – IFMT, Campus Confresa, de forma remota, devido ao período de pandemia do Covid 19. Foram selecionadas dois grupos de atividades de polinômios. O primeiro, com atividades retiradas de uma lista de exercícios emitida pelo professor da turma, foi explorado de forma individual. O segundo grupo, constituído de problemas polinomiais retirados da *internet*, foi desenvolvido em duplas, com orientação para discussão, interpretação, representação e solução a partir de estratégias próprias.

O objetivo da experiência didática foi proporcionar aos alunos, a aprendizagem mediada por recurso tecnológico, como possibilidade para melhor apreensão do conceito e aplicação de polinômios em contextos reais.

O caderno traz uma apresentação do geogebra, suas interfaces e as possibilidades de uso. Em seguida apresentamos as atividades desenvolvidas com os alunos. Nosso desejo é que o produto possa contribuir para o processo ensino-aprendizagem de polinômios.

Professora Mestra Divanez Alves Correia

1. O geogebra como ferramenta de mediação do conhecimento matemático

O geogebra é um *software* de Matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino. Combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo numa única aplicação (GEOGEBRA, 2021). Criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter, é atualmente usado em 190 países e traduzido para 55 idiomas. Livre e de fácil instalação, possui diversos aplicativos gratuitos para iOS, Android, Windows, Mac, Ipad, Chromebook e Linux. Pode ser baixado no link: https://www.geogebra.org/download?lang=en ou usado *online*, podendo criar pastas, salvar e compartilhar trabalhos, assim como comentar trabalhos postados, seguir autores de materiais didáticos, criar perfis e compartilhar notícias.

Se usado com fins pedagógicos para compreensão de conceitos e discussões sobre as construções realizadas, torna-se um recurso tecnológico potencial para o ensino dinâmico de polinômios, por exemplo, visto que permite ao aluno visualizar, interpretar, experimentar e demonstrar situações matemáticas que nos livros didáticos são abordadas de forma puramente abstrata.

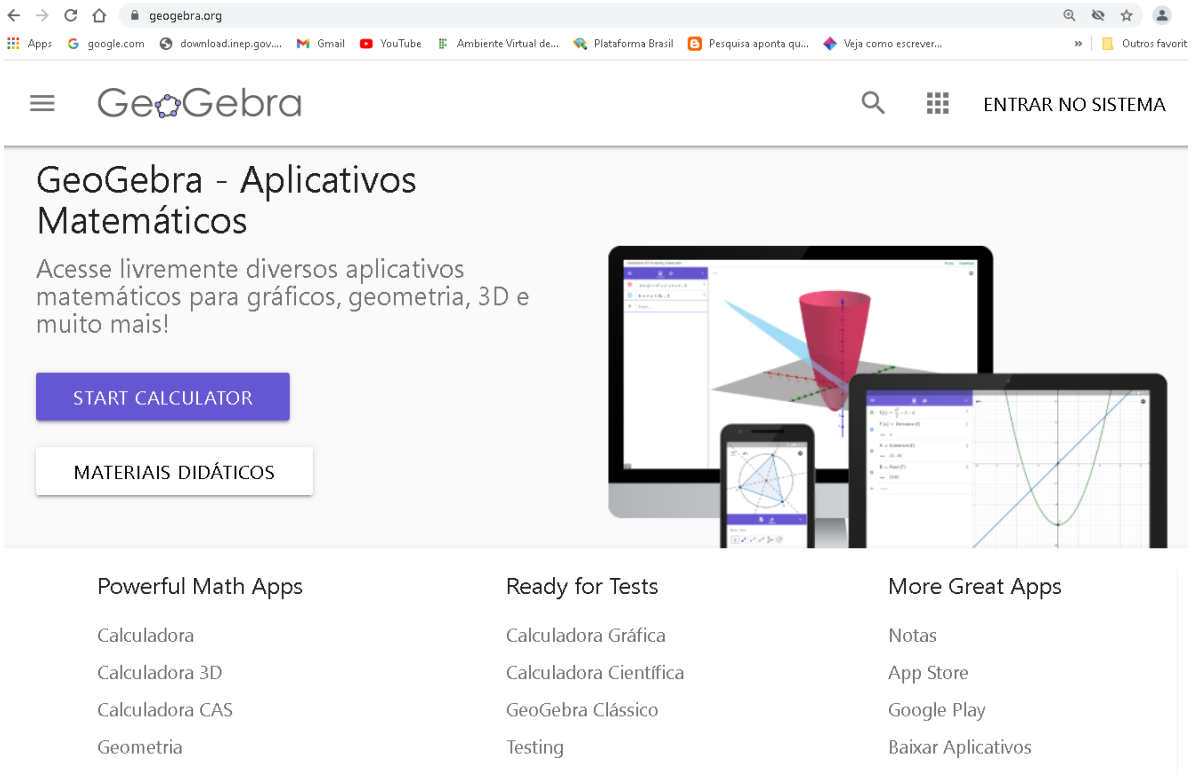
Dinâmico, o geogebra facilita o fazer pedagógico e oportuniza aos alunos vivenciar um ambiente em que se faz matemática. Pois, possibilita o raciocínio num movimento de ação-reflexão-ação sobre o conteúdo e desafia o estudante na intepretação dos resultados. Segundo Cavalcante (2010) o geogebra possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas, podendo ser inseridas equações e coordenadas diretamente, apresentando a vantagem didática das representações geométrica e algébrica de um objeto no mesmo espaço e de forma interativa.

Em todos aplicativos é possível a interação do usuário com os objetos na área de representação geométrica com o uso do mouse. Segundo Soares (2012), com essas possibilidades “o aluno pode inferir sobre outras situações não elaboradas pelo professor, permitindo a reflexão dos conceitos explorados”.

A seguir a tela de apresentação da página do geogebra, sua barra de menus e principais funções, a barra de ferramentas e diversos comandos.

Ao acessar a página www.geogebra.org, tem-se uma visão do *software* e seus aplicativos, como mostra a Figura 1.

Figura 1: Tela de apresentação do geogebra

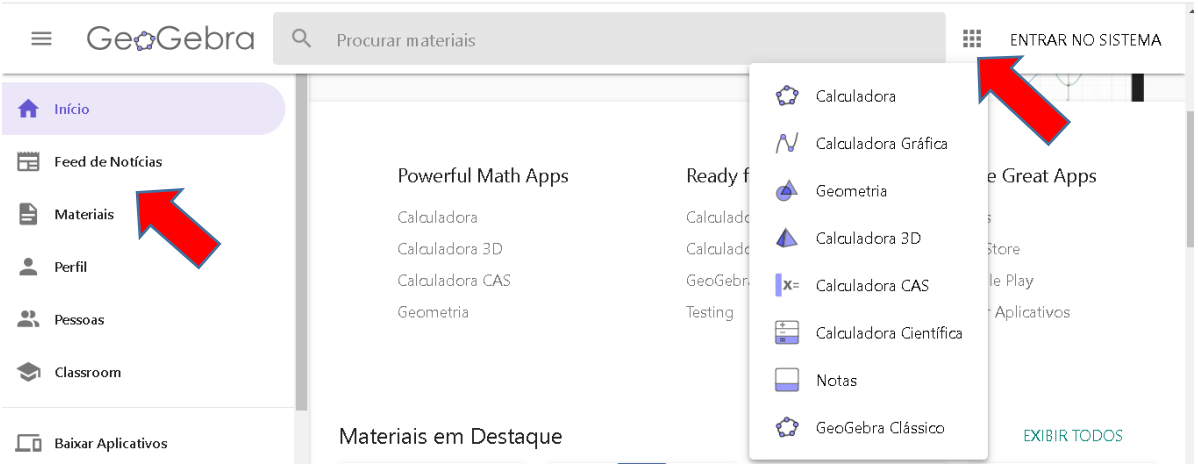


Fonte da imagem: (GEOGEBRA, 2021)

Ao clicar na barra indicada do lado esquerdo da página (Figura 2), é possível acessar o *feed* de notícias do *software*, onde se tem acesso a notícias atualizadas dos aplicativos; materiais didáticos diversos (atividades gratuitas, simulações, exercícios, aulas e jogos para matemática); criar um perfil na página, encontrar e seguir autores da comunidade GeoGebra; acessar conversas ao vivo com ferramentas matemáticas interativas, através do *classroom* e ainda baixar diversos aplicativos.

Do lado direito da página, é possível acessar os aplicativos, clicando no quadrado. Veja a Figura 2.

Figura 2: Aplicativos do geogebra

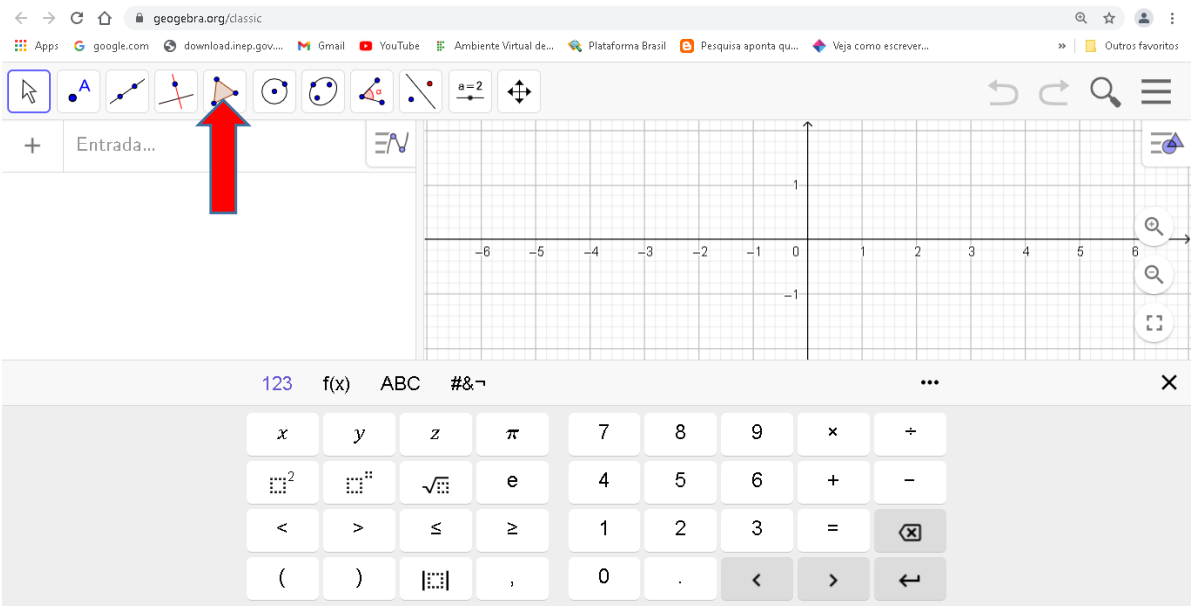


Fonte da imagem: (GEOGEBRA, 2021)

A seguir apresentaremos as possibilidades dos aplicativos.

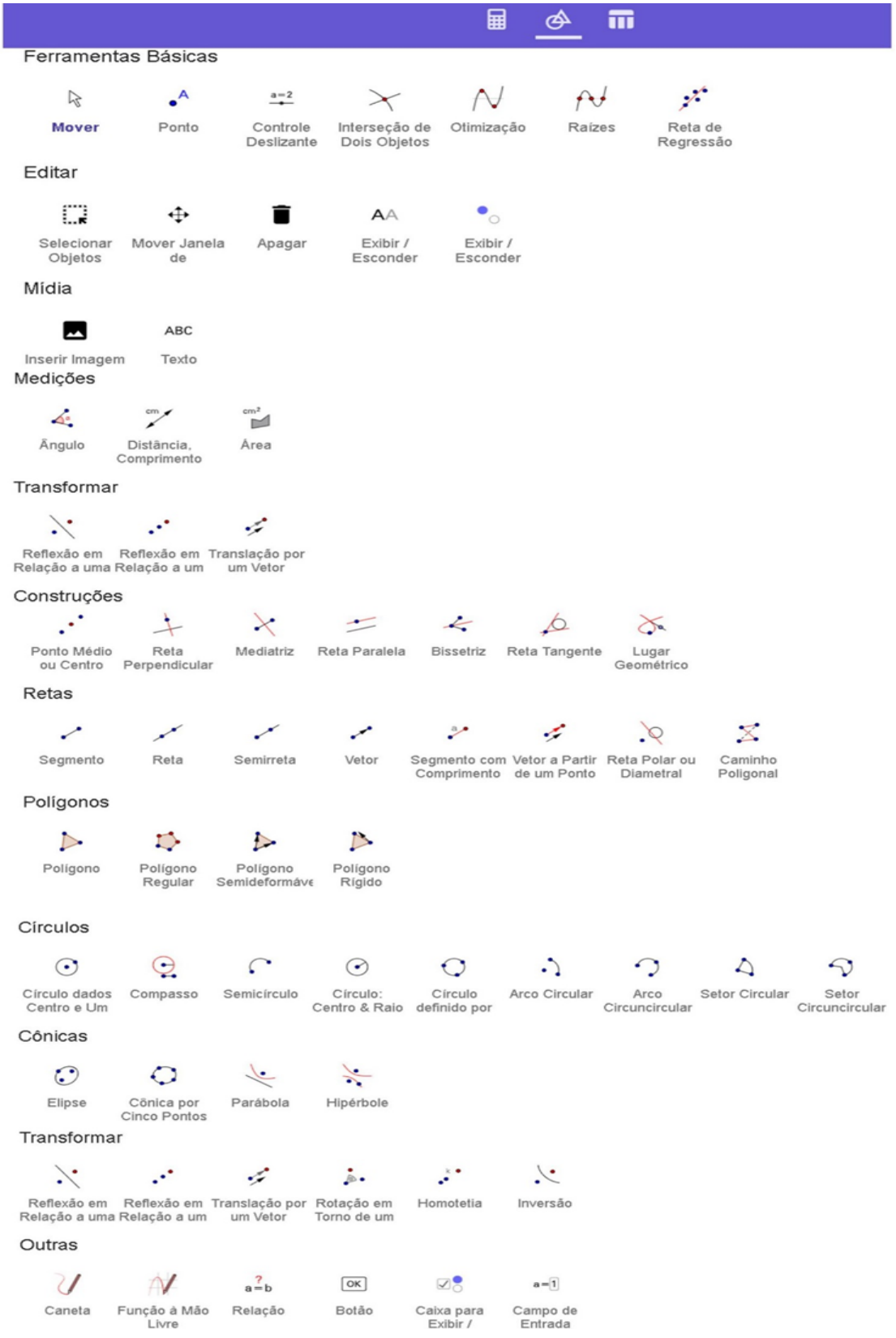
O geogebra clássico, representado na Figura 3, dá ao usuário a possibilidade de exploração das representações algébrica e geométrica de equações e funções polinomiais, além do trabalho com estatísticas, probabilidade, cálculo de medida de ângulos, identificação de coordenadas e representações 3D. Na barra de ferramentas, há dez comandos com diversos modos de trabalho, como mostra a Figura 3.

Figura 3: Tela do geogebra clássico



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

Figura 4: Calculadora

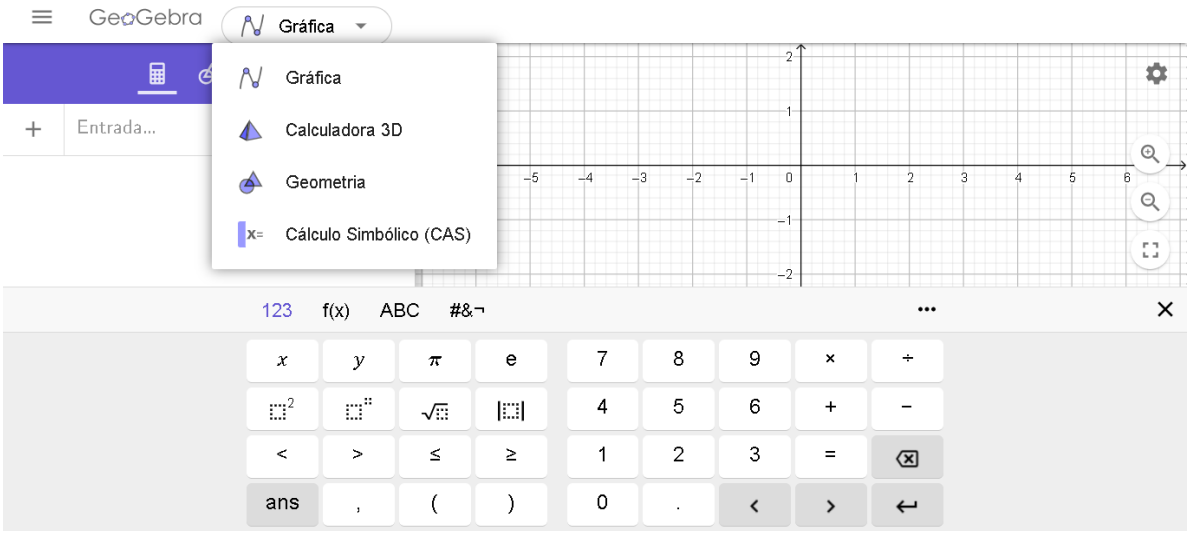


Fonte: (GEOGEBRA, 2021

A Calculadora (Figura 4) é gratuita, interativa e *online*. Dispõe de ferramentas básicas que possibilita o desenho de gráficos e diagramas; permite modificar parâmetros; criar triângulos e círculos; traçar reta, segmentos de retas e outras construções.

Além da calculadora geral, com amplas funções, o geogebra tem disponível uma janela com outras opções de calculadoras, como pode ser observado na Figura 5. Entre elas a calculadora gráfica que também é interativa, *online* e gratuita. Permite o trabalho com funções gráficas, dados de plotagem, controle deslizante de arrasto, pontos, retas, vetores, números completos, interseção de dois objetos, textos e outras funções.

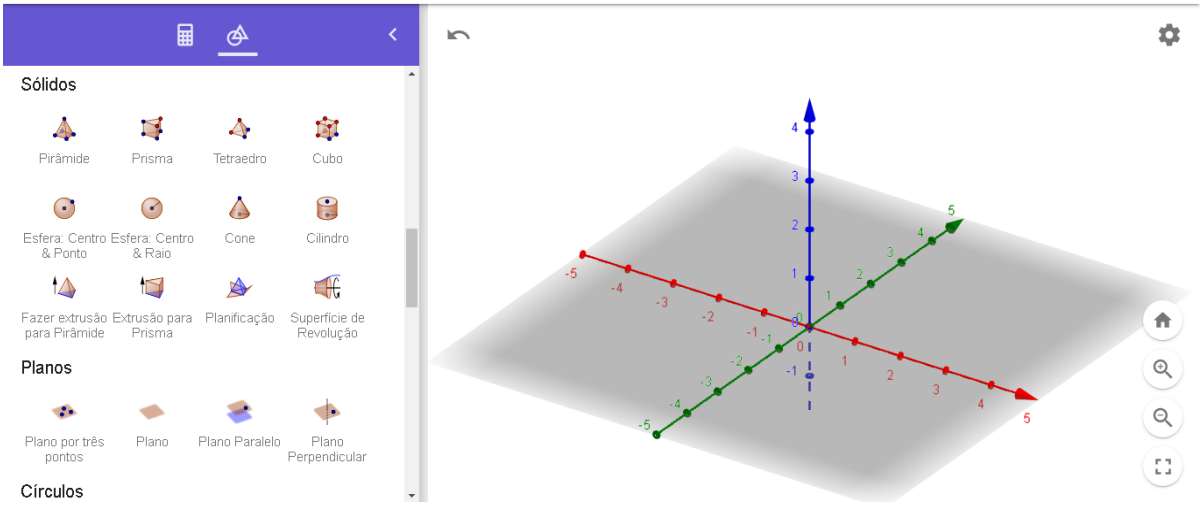
Figura 5: Calculadora gráfica



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

Dentre as opções de calculadora, há a calculadora 3D, que gera gráficos de funções 3D, superfícies de plotagem, construção de sólidos, trabalhos com círculos e curvas, entre outras funções. Veja a Figura 6.

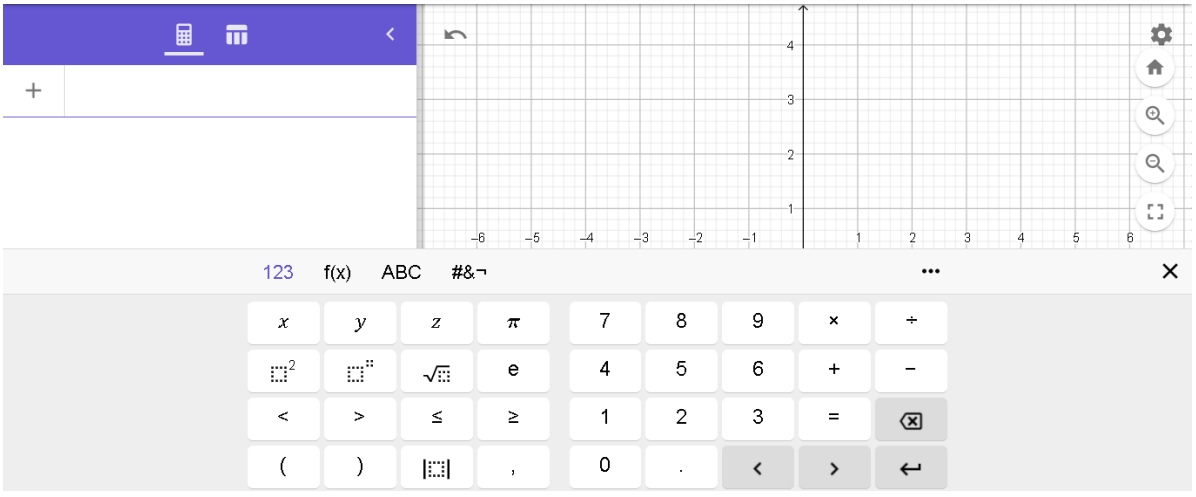
Figura 6: Calculadora 3D



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

Menos abrangente que calculadora gráfica, a Calculadora CAS, Figura 7, possibilita a resolução de equações, a expansão e fatoração de expressões, além de permitir encontrar derivadas e integrais.

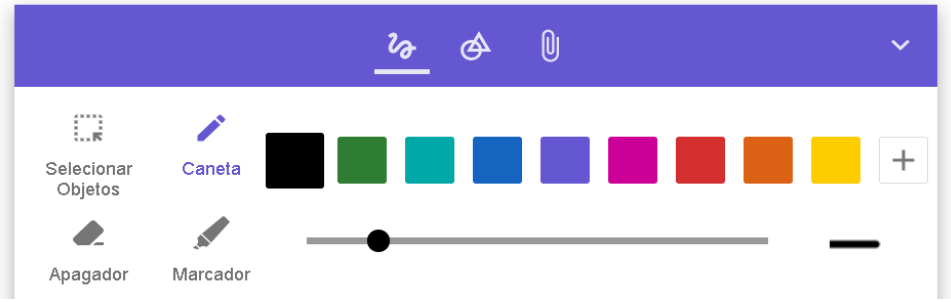
Figura 7: Calculadora CAS



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

O Nota Geogebra é um aplicativo para anotações *online*. Dispõe de uma caneta para anotações e construção de desenhos, desenho de figuras planas e a opção mídia para adicionar arquivos, criar *slides* com imagens, vídeos e pdfs, como mostra a Figura 8.

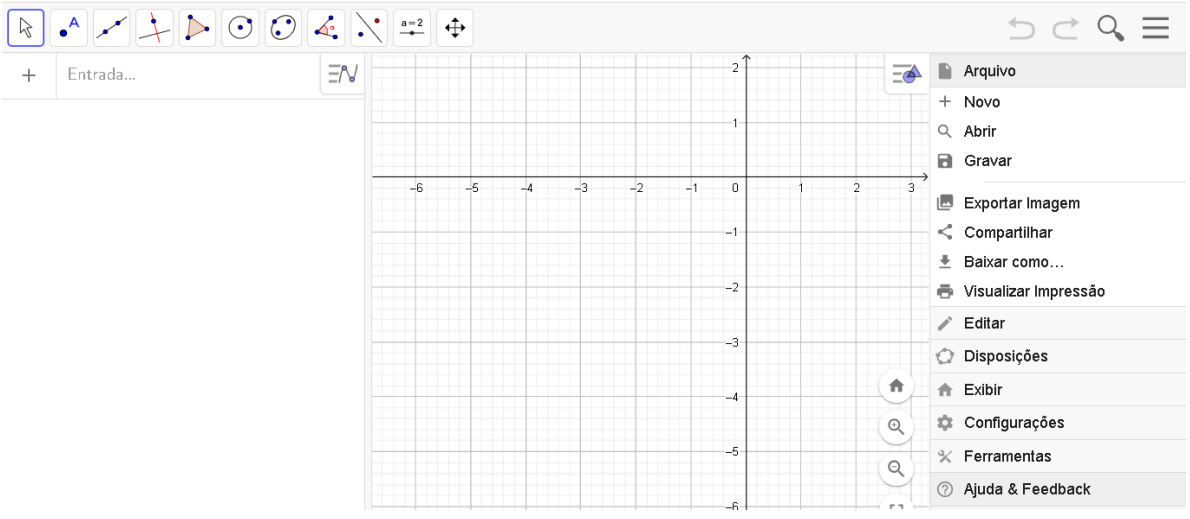
Figura 8: Nota geogebra



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

A Figura 9 mostra que, ao clicar no menu ☰, tem-se uma lista com diversas opções de exploração da plataforma. Observe:

Figura 9: Barra de comandos



Fonte: (GEOGEBRA, 2021)

Como apresentado, o geogebra traz uma variedade de ferramentas interativas e dinâmicas que podem ser usadas por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e por estudantes universitários, por ser um recurso didático-pedagógico em potencial para o ensino de Matemática que desperta a curiosidade e atenção do aluno, motivando-o para a aprendizagem por descoberta.

2. Breve comentário sobre o conteúdo de polinômios e sua aplicação em contextos reais

De maneira geral, os polinômios estão presentes na vida da sociedade de muitas maneiras e em diversos contextos, tais como compras, previsão comercial, construção civil, meteorologia, entre outros. No entanto, percebe-se nos alunos uma grande dificuldade de compreensão dos conceitos, definições, representações e, principalmente, aplicações em situações cotidianas.

Nos livros didáticos do Ensino Fundamental, os polinômios são definidos como expressões algébricas formadas por monômios, estruturados em números e letras – coeficiente numérico e parte literal, respectivamente, e operadores aritméticos (adição, subtração, divisão, multiplicação e potenciação). É com esta definição, puramente algébrica, que os polinômios são ensinados, nem sempre possibilitando a construção do conceito e a percepção de sua utilidade. Segundo Ibrahim (2015) o enfoque do conceito de polinômios no Ensino Fundamental é abordado visando as estruturas algébricas, como sendo somente soma de monômios, o que difere do enfoque dado ao conceito apresentado no Ensino Médio, formalizado a partir do conceito de função.

Embora, seja importante construir o conhecimento para lidar com as expressões, funções e equações polinomiais, analisar e compreender a representação geométrica, encontrar suas raízes e seus pontos de máximo e de mínimo (MARQUES, 2017), o aluno deve compreender suas aplicações e associar os conceitos a situações do seu cotidiano. Assim, é interessante que o ensino de polinômio aconteça também, por meio da resolução de problemas contextualizados. Para tanto, é relevante que a simbologia algébrica e a sintaxe sejam ferramentas para a resolução de problemas (PONTE, BRANCO, MATOS, 2009).

Assim, a mediação do conhecimento pode ser feita por questões abstratas e concretas, mas sempre que possível, relacionadas a contextos cotidianos.

A seguir, apresenta-se algumas situações nas quais os polinômios estão presentes.

1) Na física, para cálculos de movimento de queda livre, trajetória de um projétil, tempo, conceitos de energia e inércia, por exemplo. Veja um problema de cálculo de tempo de um objeto em queda livre:

(PUCC). Um vaso de flores cai livremente do alto de um edifício. Após ter percorrido 320 cm, ele passa por um andar que mede 2,85 m de altura. Quanto tempo ele gasta para passar por esse andar? Desprezar a resistência do ar e assumir g = 10 m/s². (MUNDO EDUCAÇÃO, 2021).

Para resolver o problema, utiliza-se a equação horária do espaço no movimento uniformemente variado, que é uma equação polinomial.

2) Na construção civil, entre outras coisas para cálculo de áreas quando se deseja medir, concretar, revestir, forrar, cercar ou mesmo construir. O problema abaixo é um exemplo da utilização de expressões polinomiais na construção civil.

A Figura 10, representa a planta baixa da casa que João pretende construir e as medidas estão indicadas em metros. A largura das paredes é 0,10 m. No chão da cozinha e do banheiro serão colocados pisos quadrados de 28 cm de lado, cuja unidade custa R$ 20,00. Nos demais cômodos da casa será colocado um piso de madeira cujo preço do m² é R$ 50,00. Ajude João a fazer uma estimativa de quanto João gastará para colocar piso em toda sua casa.

Figura 10: Planta baixa

Fonte: (E-EDUCAÇÃO, 2021)

3) Utiliza-se polinômios em situações financeiras. Observe o problema a seguir:

Comprei 4 lanches a um certo valor unitário. E outro tipo de lanche, com o mesmo preço unitário, a quantidade comprada foi igual ao valor unitário de cada lanche. Paguei com duas notas de cem reais e recebi R$ 8,00 de troco. Qual o preço unitário de cada produto?

Para encontrar o preço unitário de cada produto, monta-se uma equação do segundo grau com o valor unitário, a quantidade de cada lanche, o valor pago e o troco. Assim tem a equação:

$$4x + x^2 + 8 = 200 \rightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$$

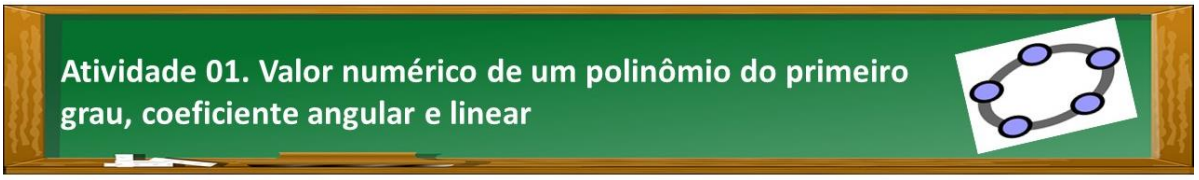
Como se observa, os polinômios se relaciona com outras ciências, por meio das expressões algébricas, das equações e das funções que são utilizadas em diversas situações cotidianas.

3. Exploração das atividades

As atividades da experiência didática foram selecionadas de forma a abranger as representações algébrica e geométrica e o uso de polinômios em situações problemas que fazem parte do cotidiano dos participantes. Assim, foram selecionadas expressões algébricas e problemas a serem solucionados por expressões e equações polinomiais.

Aos participantes foi apresentado o conteúdo a ser trabalhado, com uma definição de polinômios, baseada em livros didáticos, o valor numérico, grau, raízes, equações e funções polinomiais, conceitos abordados na experiência.

3.1 Atividades



Objetivos: Encontrar o valor do polinômio P(x) do primeiro grau; verificar as principais propriedades dos coeficientes angular e linear a partir da análise do gráfico e explorar retas que passam por dois pontos.

Orientação: responda à questão de maneira livre e usando estratégias próprias. O professor pode orientar a utilização de um sistema de equação do primeiro grau com duas incógnitas, como mostra o exemplo abaixo. A iniciativa é uma provocação à reflexão sobre as duas situações.

(UFRGS). O polinômio P(x) do 1º grau tal que P(1) = 5 e P(-1) = 1 é:

(A) x+4
(B) 2x+3
(C) 3x+2
(D) 3x+4
(E) 5x

Utilizando a forma do polinômio do 1º grau P(x) = ax + b e, por meio de um sistema de equações do primeiro grau com duas incógnitas, tem-se:

P(1) = 5 → 1a + b = 5 → a + b = 5

P(-1) = 1 → -1a + b = 1 → - a + b = 1

$$\begin{array}{r} a + b = 5 \\ \underline{- a + b = 1} \\ 0 + 2b = 6 \end{array}$$

$$b = 6/2$$

$$b = 3$$

$$a + 3 = 5$$

$$a = 5 - 3$$

$$a = 2$$

Logo, P(x) = 2x + 3, resposta correta letra (B)

Orientações para resolução no geogebra

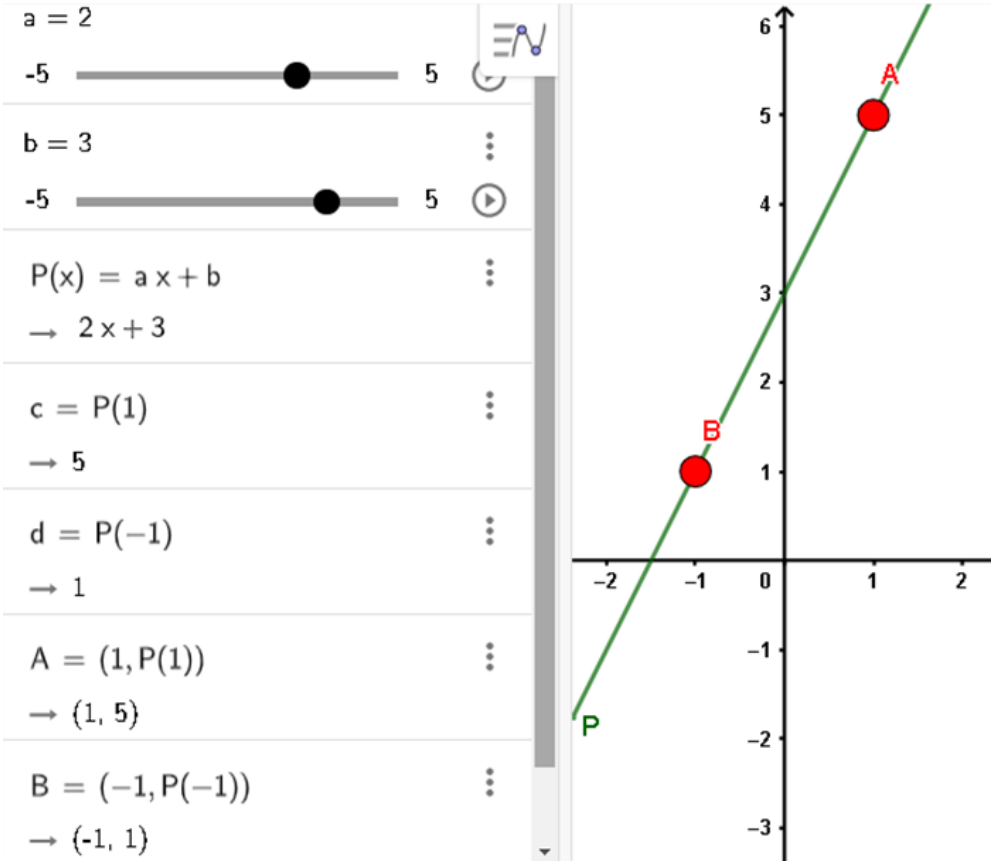
1) Use a Calculadora CAS

2) Copie e cole o polinômio P(x) = 2x + 3 na barra de entrada

3) Digite a = P(1) e depois b = P(-1)

4) Para explorar outras funções, clique nos três pontos na frente do polinômio e explore as opções.

Figura 11: Valor numérico de um polinômio do 1º grau

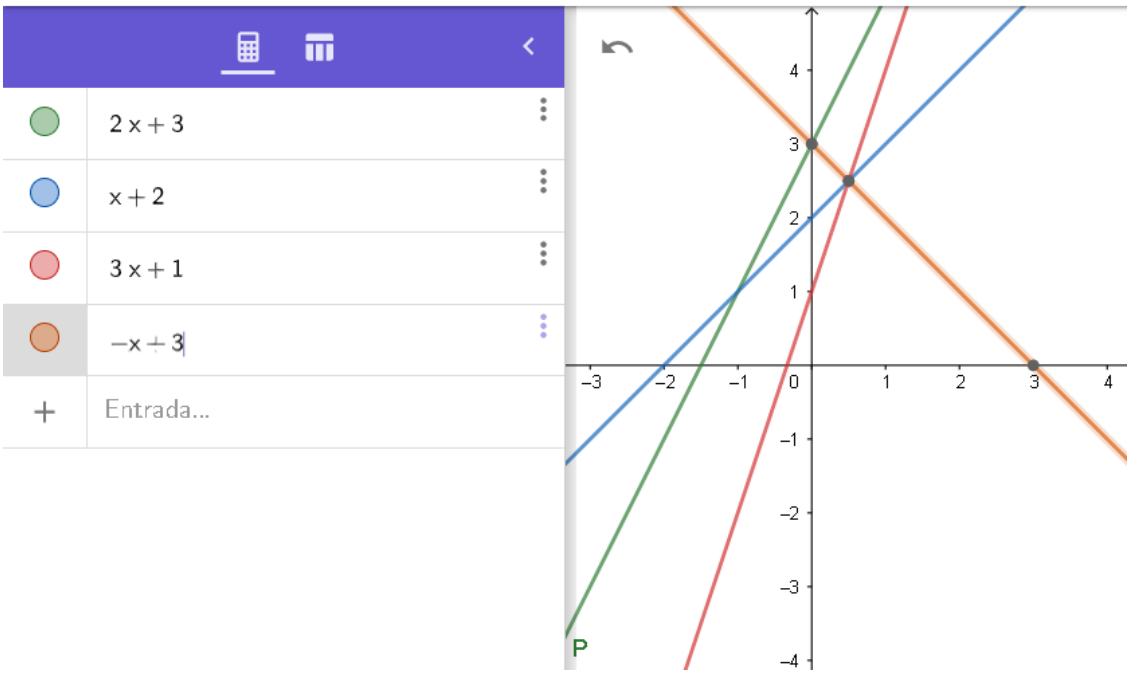


Fonte: Autora (2020)

Em atividades como esta, o geogebra serve encontrar o valor numérico de um polinômio, visualizar e analisar a representação gráfica, além de explorar as propriedades dos coeficientes angular e linear com o uso do controle deslizante.

Pode-se utilizar outras funções polinomiais do primeiro grau para consolidar a compreensão das características dos coeficientes angular e linear (exploração de retas que passa por dois pontos, Figura 12). Pode-se, também, integrar os conceitos de Álgebra, Geometria e Aritmética.

Figura 12: Exploração de retas que passam por dois pontos



Fonte: Autora (2021)

Atividade 02: Igualdade de polinômios e representação algébrica e geométrica

Objetivo: Explorar a parte gráfica dos polinômios (plotagem); compreender a igualdade de polinômios utilizando o controle deslizante (exploração algébrica).

Calcule a e b de modo que os polinômios sejam idênticos $P(x) = (2a +6)x^3 + (3b-4)x^2$ e $Q(x) =2x^3+5x^2$.

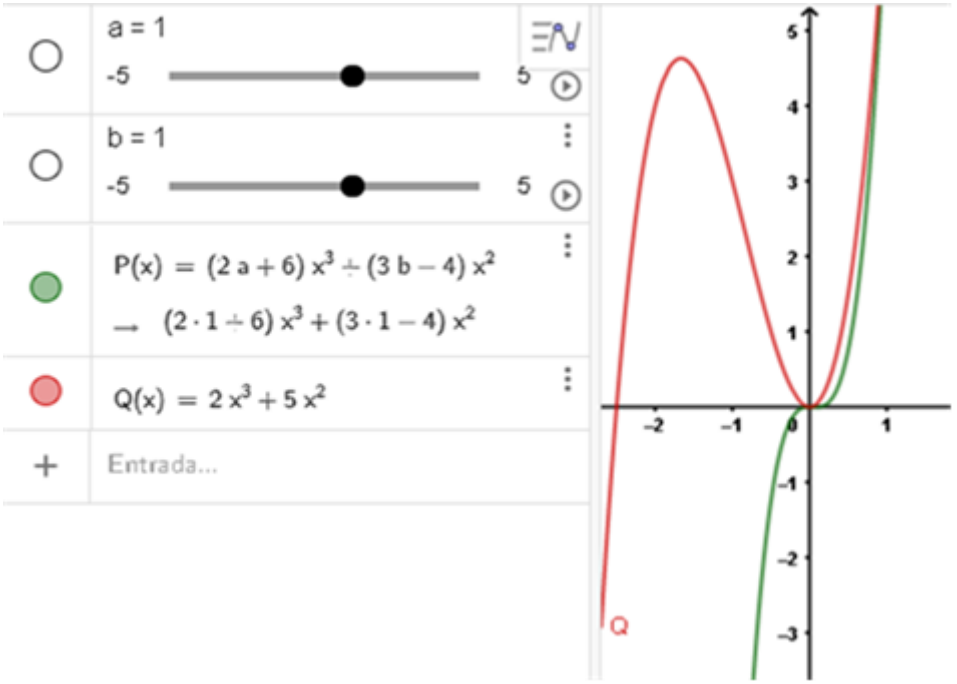
Orientações:

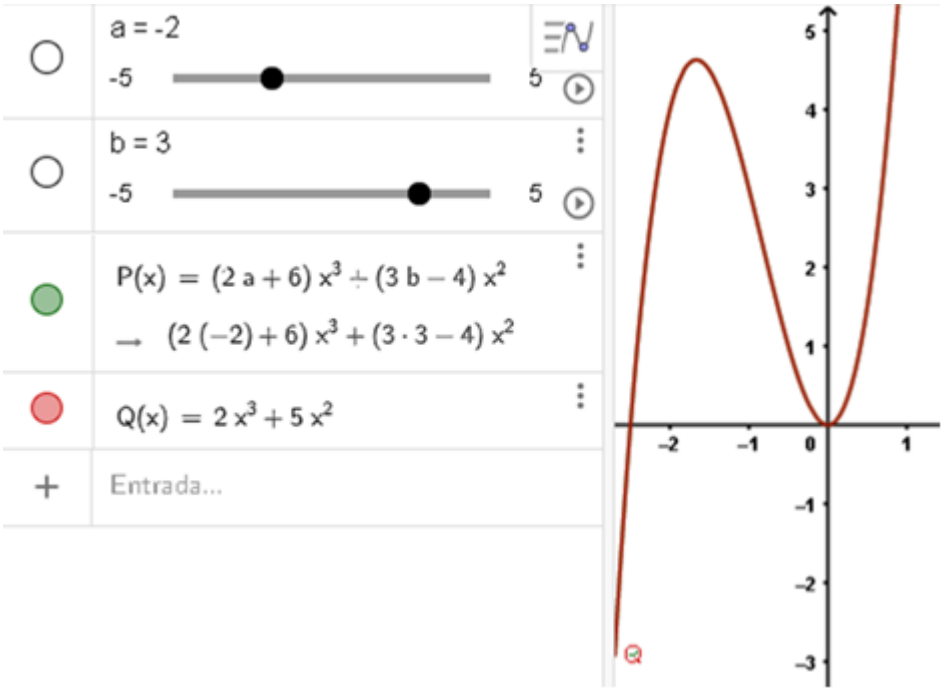
1) Use o geogebra Clássico

2) Na barra de entrada digite o polinômio P(x) e em seguida o polinômio Q(x)

3) Movimente os controles deslizantes de forma que o gráfico de P(x) seja igual ao gráfico de Q(x).

Figura 13: Exploração do controle deslizante





Fonte: Autora (2020

Conclusão: Para que os dois polinômios sejam idênticos, **a** = - 2 e b = 3. Então, dois polinômios são iguais se seus coeficientes forem iguais.

Na atividade 02, ao trabalhar a igualdade, também é possível explorar o grau de polinômios, porque só serão iguais se tiverem o mesmo grau.

Objetivo: Trabalhar a soma e a subtração algébrica no geogebra.

Esta atividade nos remete à definição inicial de polinômios, apresentada por livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental – "polinômios são a adição ou subtração algébrica de monômios" que, por sua vez, são o produto entre números conhecidos e desconhecidos (incógnitas).

Orientação:

1) Digite na entrada do geogebra clássico os polinômios A(x) e B(x)

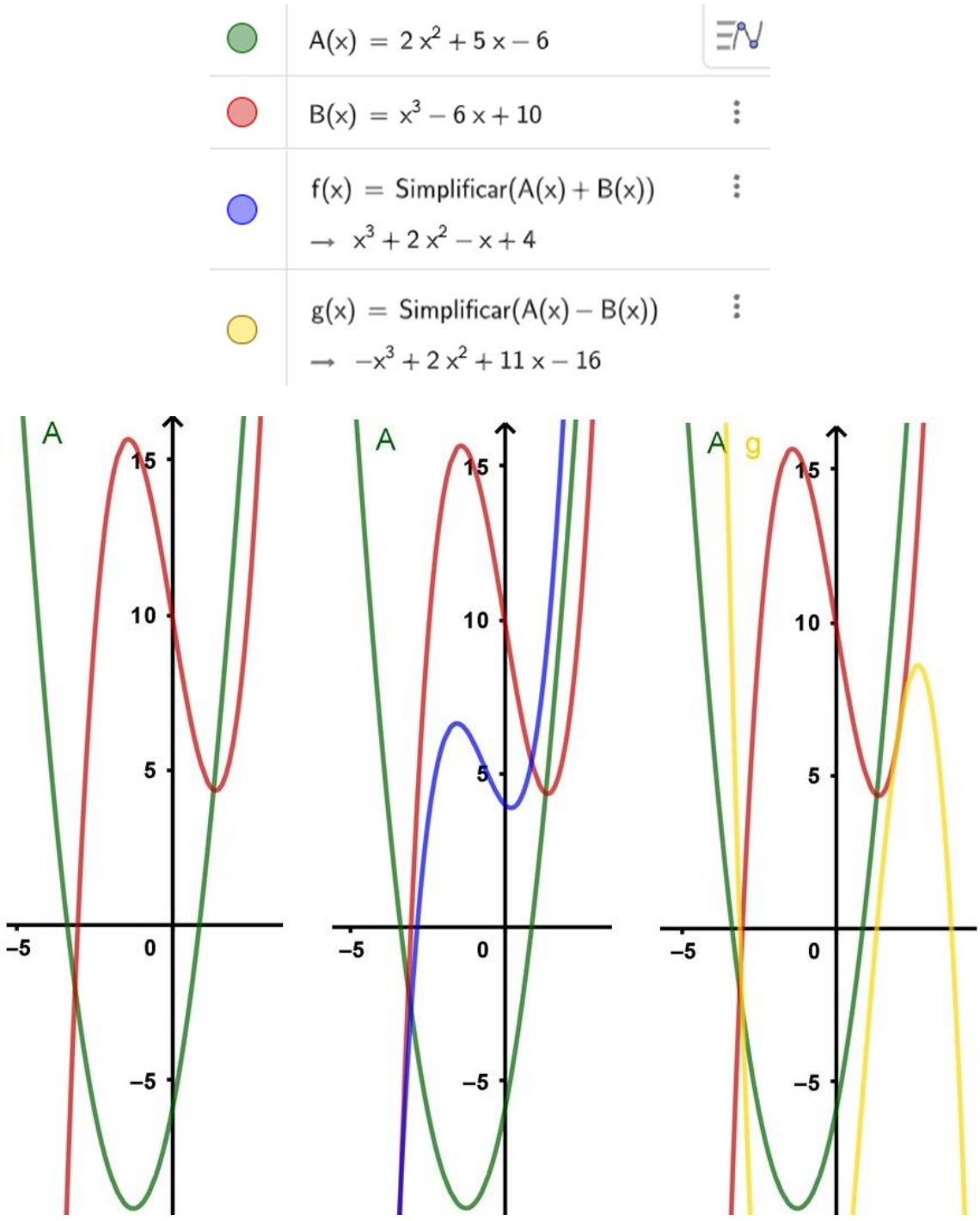
2) Digite o comando Simplificar ou Expandir (<função>), substitua <função> por A(x) + B(x) e dê enter.

O que você percebe ao somar ou subtrair os polinômios?

Dados os polinômios $A(x) = 2x^2 + 5x - 6$ e $B(x) = x^3 - 6x + 10$, dê o que se pede:

a) A(x) + B(x) b) A(x) - B(x)

Figura 14: Adição e subtração de polinômios



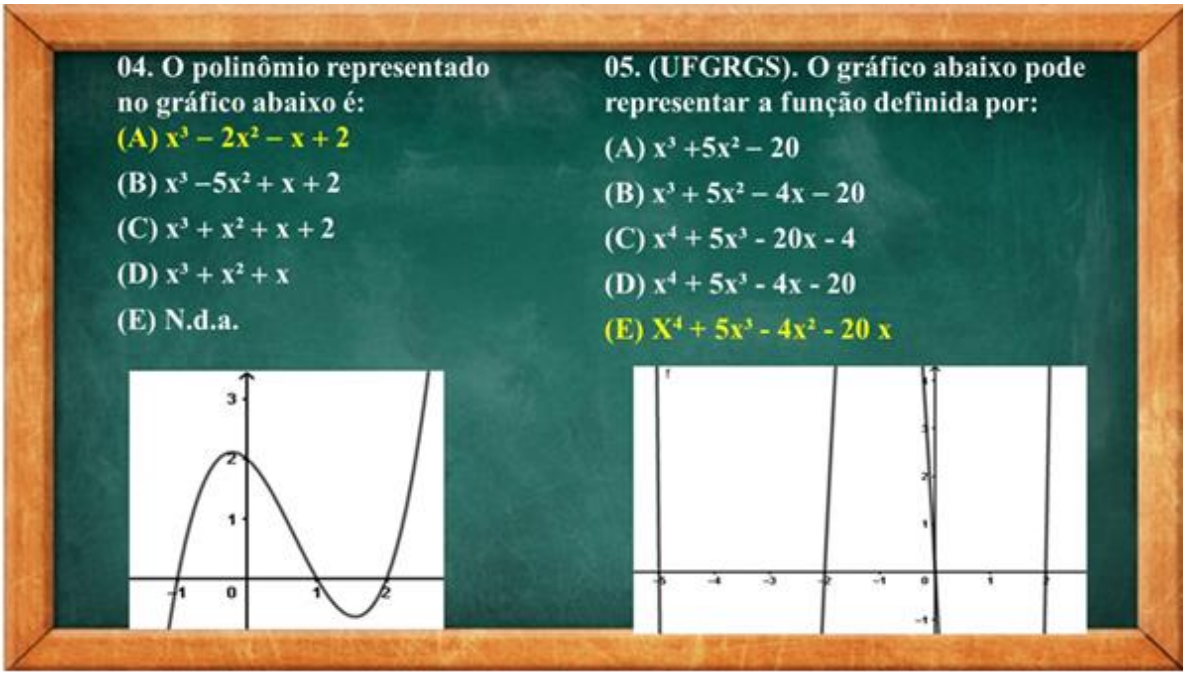
Fonte: Autora (2020)

Na atividade 03, o aluno deve perceber que somar ou subtrair polinômios significa reduzir os termos semelhantes, dando origem a um terceiro polinômio. Pode-se explicar que as “operações e propriedades utilizadas na aritmética são aceitas entre os termos algébricos. Assim, os estudantes “podem comparar as duas linguagens, o que facilita a compreensão” (OLIVERIA, FUGITA, 2018). Tanto no geogebra quanto de forma tradicional, as operações com polinômios podem ser exploradas no cálculo de áreas de figuras planas, somando, subtraindo, multiplicando ou dividindo duas áreas, por exemplo. Na subtração, ainda é possível explorar o conceito de polinômio oposto.

A adição e a subtração, no geogebra, possibilita a compreensão de um monômio, além de proporcionar a visualização das alterações nas representações algébrica e geométrica de um polinômio (Figura 14).

Objetivo: Identificar as raízes e encontrar as funções polinomiais a partir da representação gráfica; explorar o teorema fundamental da álgebra.

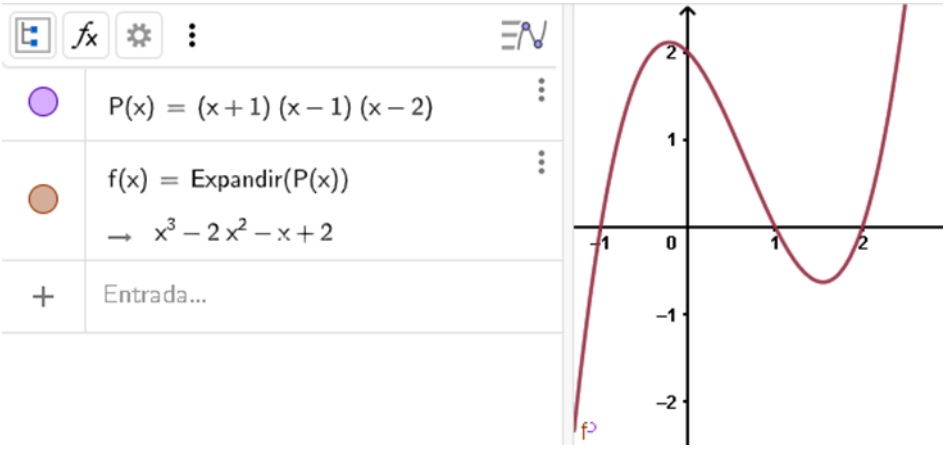
Informação: Graficamente, as raízes reais de uma função são os pontos de interseção de seu gráfico com o eixo x.



No geogebra os alunos podem usar o teorema fundamental da álgebra ou, como aprendemos, a forma fatorada dos polinômios $P(x) = (x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)$, sendo r_1, r_2 e r_3 as raízes do polinômio, como pode ser visto abaixo.

Exploração da atividade 04

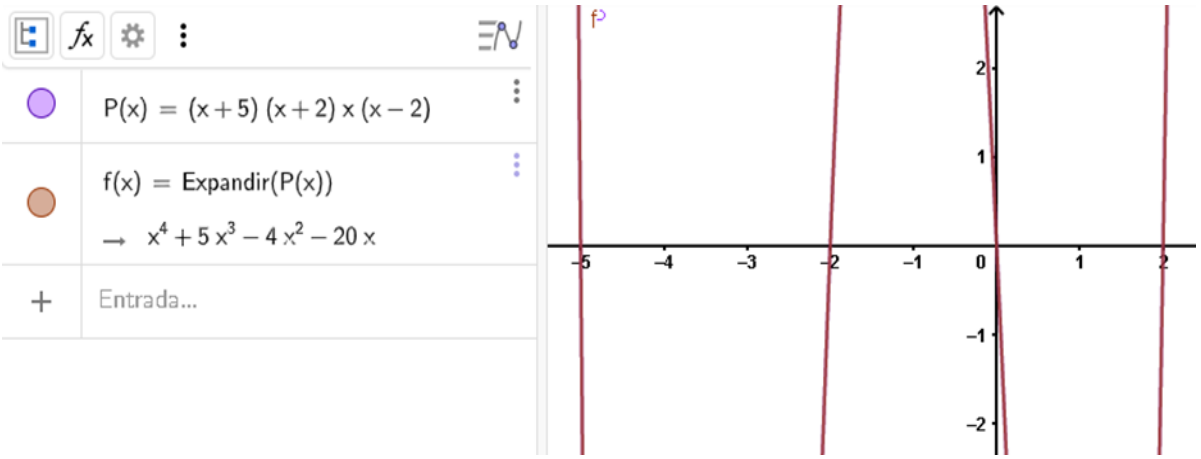
Figura 15: Interpretação geométrica de função polinomial



Fonte: Autora (2020)

Exploração da atividade 05

Figura 16: Interpretação geométrica de função polinomial



Fonte: Autora (2020)

Nas atividades 04 e 05, explora-se a forma algébrica de um polinômio a partir da representação geométrica e utilizando o teorema fundamental da Álgebra, segundo o qual, toda equação algébrica de grau n ≥ 1 possui pelo menos uma raiz complexa (LOGEN, 2016, p. 207), e sua consequência, o teorema fundamental da decomposição para evidenciar a relação entre as raízes e o grau de polinômios.

3.2 Exploração dos problemas

Objetivo: Explorar as representações algébrica e geométrica no geogebra e relacionar o conteúdo a situações cotidianas.

Orientação: Crie estratégias para resolução dos problemas abaixo. Em todos eles, use o geogebra.

Problemas 1 e 2: Cálculo de área de figuras planas

Objetivo: Encontrar as expressões polinomiais que representam a área do quadrado e do retângulo e calcular a área de ambos – exploração algébrica.

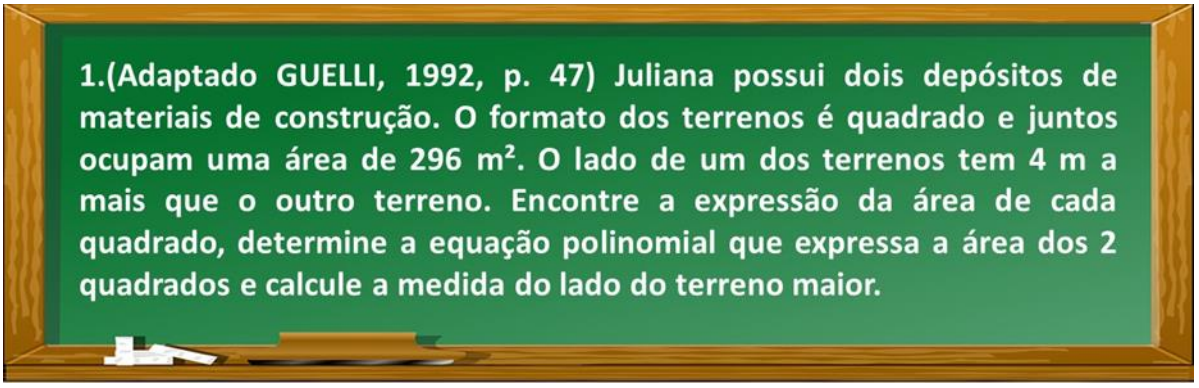
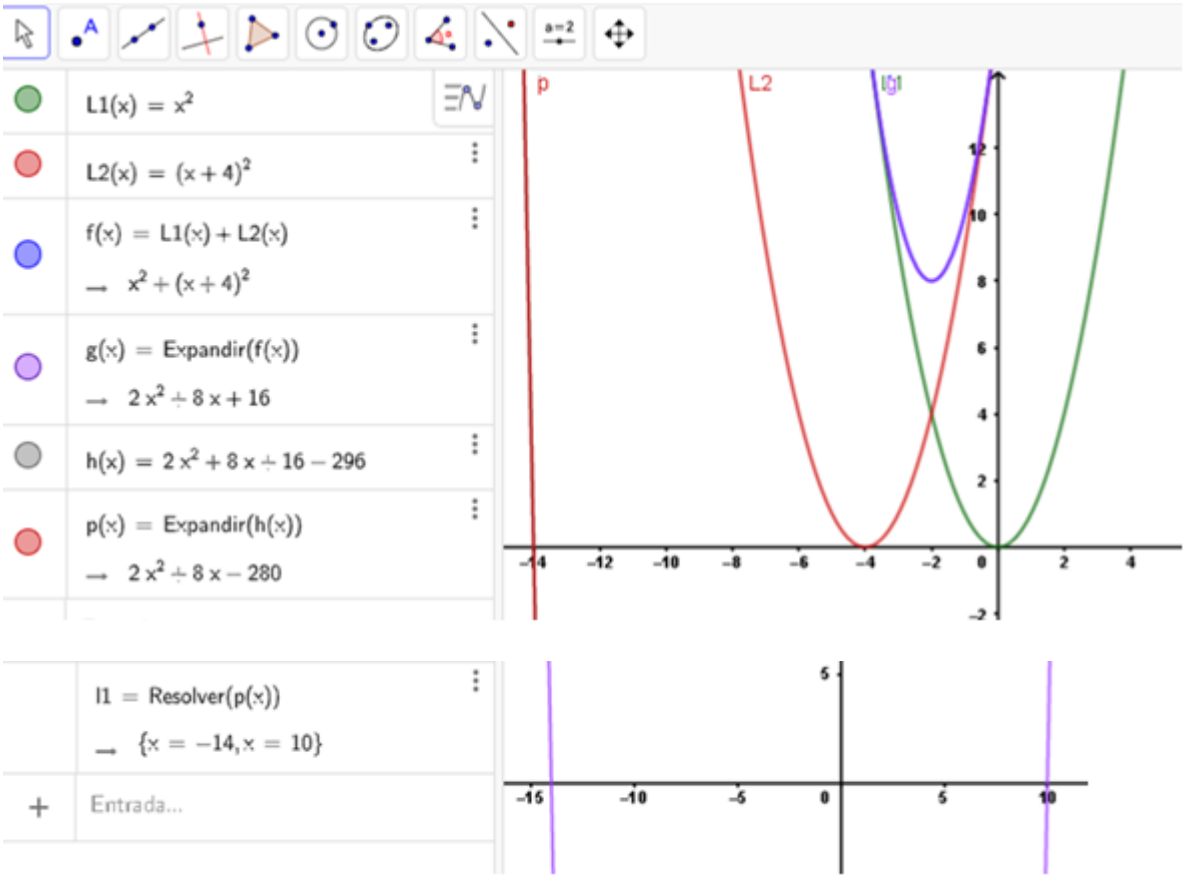


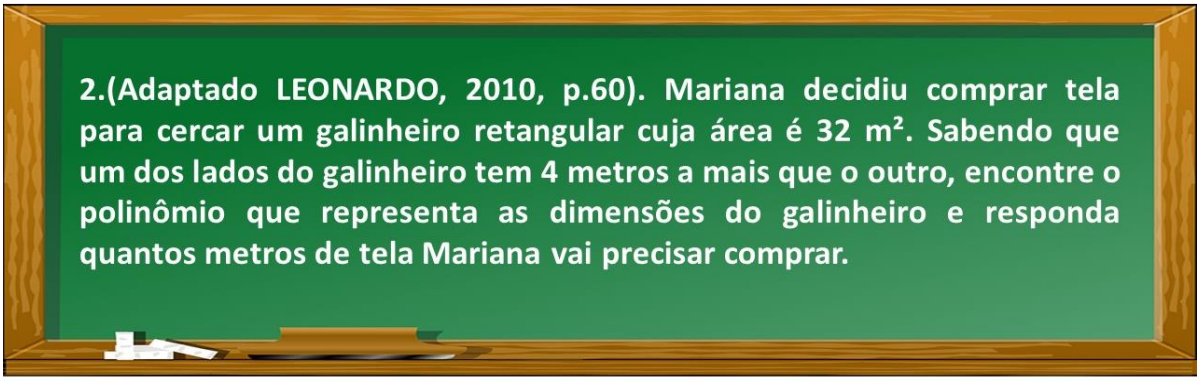
Figura 17: Cálculo de área



Fonte: Autora (2020)

A expressão da área do quadrado menor é x^2 e do quadrado maior é $(x + 4)^2$ e a equação polinomial que expressa a área dos dois quadrados é $2x^2 + 8x + 16 = 296$. A medida do lado do terreno menor é x =10 e a do terreno maior é x + 4 = 14 m.

Para ampliar os conceitos sobre o uso de expressões algébricas em situações concretas, pode-se observar que a expressão que determina a área do quadrado maior é um produto notável, $(x + 4)^2$. Neste caso, tem-se o "quadrado da soma de dois termos", que expandido resulta na expressão $x^2 + 8x + 16$.



Para resolver o problema acima, identifica-se a medida das dimensões do galinheiro e determina a medida da área retangular (base *x* altura). Em seguida, encontra-se as raízes da equação polinomial e, pelo cálculo do perímetro, calcula-se a quantidade de tela necessária para cercar o galinheiro.

Figura 18: Cálculo de área

Fonte: Autora (2020)

O polinômio que representa as dimensões do galinheiro é $x^2 + 4x$. Sendo x = 4, Mariana vai precisar de: x + x + (x + 4) + (x + 4) = 24 m de tela.

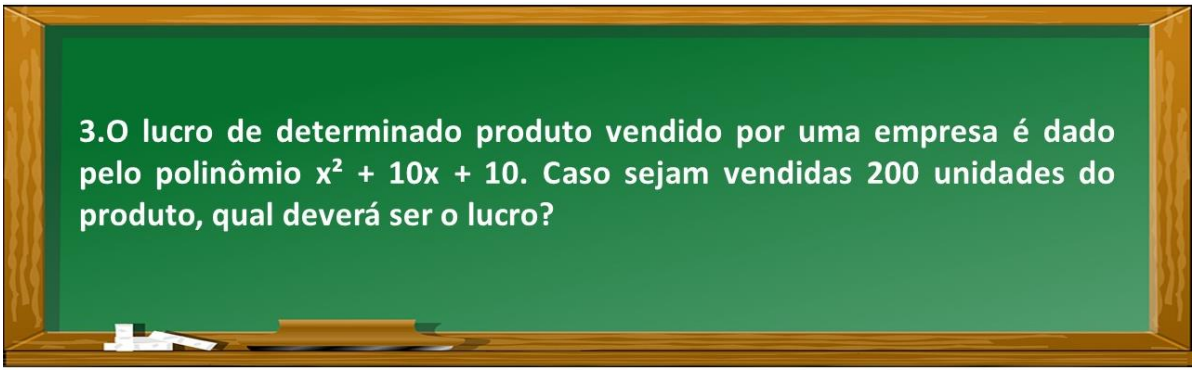
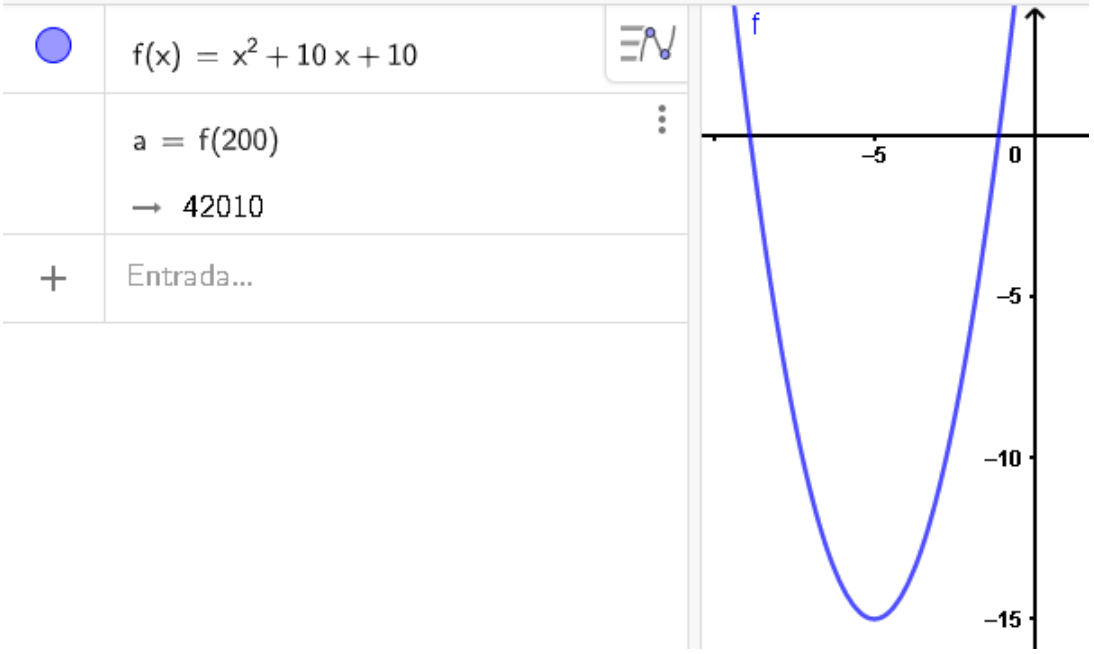


Figura 19: Valor numérico de polinômio



Fonte: Autora (2020)

Caso sejam vendidas 200 unidades o lucro deverá ser de R$ 42. 010,00.

No problema acima, além da exploração do valor numérico de um polinômio P(x) para um número x = k que é obtido quando substitui-se a variável x pelo número k e efetua-se as operações indicadas, pode-se explorar as raízes do polinômio, ao fazer $x^2 + 10x + 10 = 42.010$.

O problema pode ser resolvido pelo cálculo do valor de uma função polinomial do 2º grau. Em problemas como este, pode-se explorar grandezas dependentes, como o valor e o custo de produção de um produto, por exemplo.

Problemas 4: Equações polinomiais

Objetivo: Resolver situações problemas usando equações polinomiais.

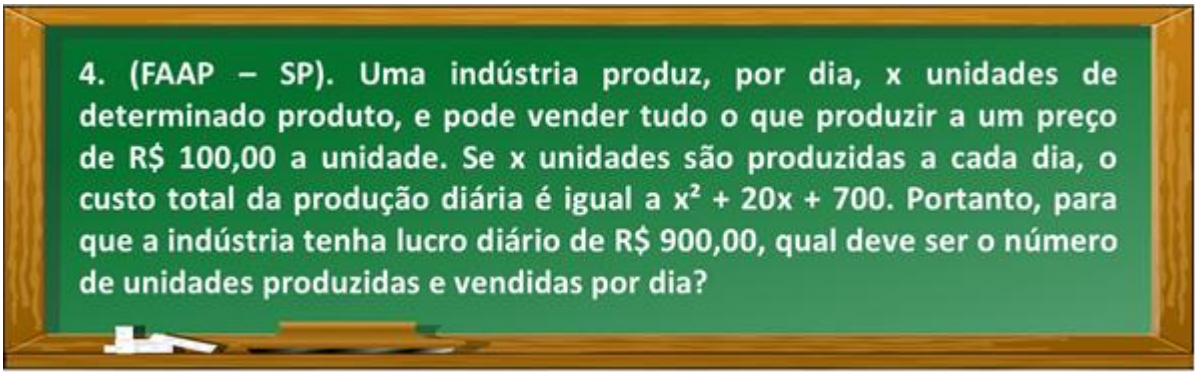
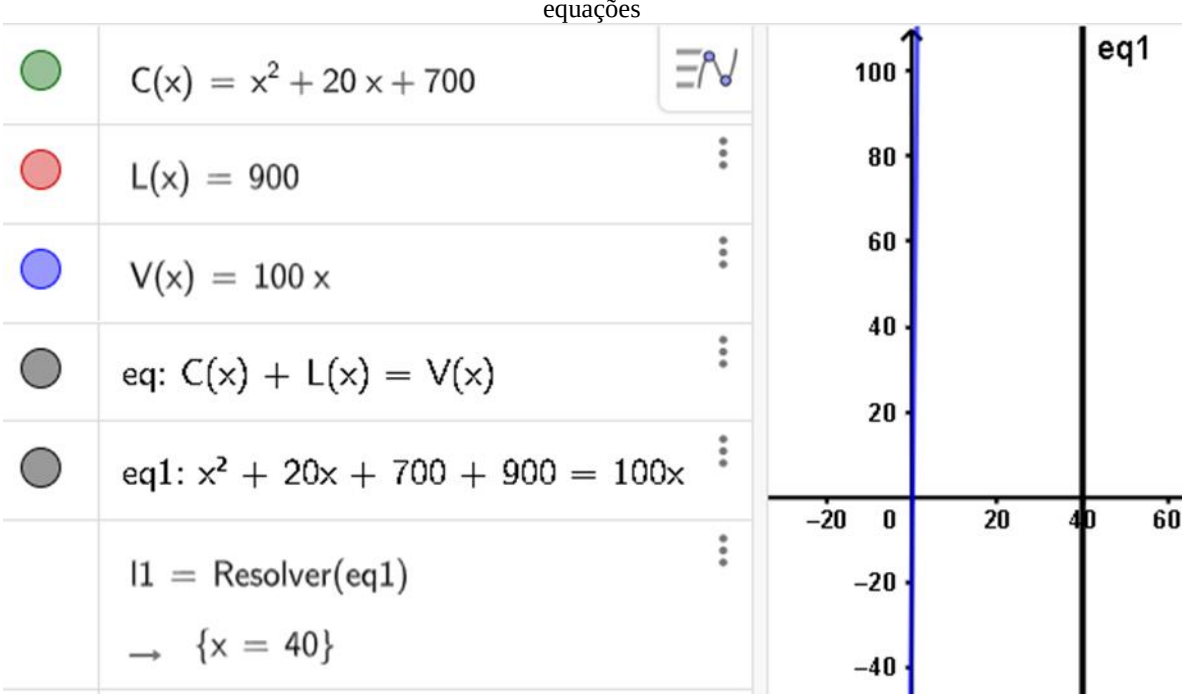


Figura 20: Resolução de equações



Fonte: Autora (2020)

Planejamento da resolução

$$\text{Custo} + \text{lucro} = \text{vendas}$$

$$\text{Custo} = \text{vendas} - \text{lucro}$$

$$x^2 + 20x + 700 + 900 = 100x$$

$$x^2 + 20x - 100x + 700 + 900 = 0$$

$$x^2 - 80x + 1600 = 0$$

O número de unidades produzidas e vendidas por dia deve ser de 40 unidades.

Além da resolução de equações polinomiais do 2º grau, pode-se explorar a soma e a multiplicação de polinômios, a expressão algébrica de uma função polinomial e seu valor numérico, vértice da parábola, valores de máximo e de mínimo e o conceito de variáveis e a significação de expressões algébricas.

4. Considerações finais

Como verifica-se, o geogebra é um *software* versátil e pode perfeitamente ser usado na exploração de polinômios. Ao desenvolver as atividades, percebe serem muitas as possibilidades de uso. A dinamicidade e a visualização algébrica e geométrica da mesma expressão e ao mesmo tempo, desafia a capacidade de investigação do aluno, assim como desafia o professor a criar aulas mais produtivas.

Dessa forma, deseja-se que este Caderno de Atividades contribua para motivar o professor a utilizar o geogebra, enquanto ferramenta de estímulo à aprendizagem Matemática, fazendo com que as aulas sejam mais prazerosas tanto para quem ensina, quanto para quem aprende.

REFERÊNCIAS

CAVALCANTE, Nahum Isaque dos Santos. **O Ensino de Matemática no contexto das novas tecnologias: refletindo as potencialidades do uso de softwares dinâmicos como recurso em sala de aula.** V CONNEPI-2010, 2010. Disponível em: http://www.dma.ufv.br/downloads/MAT%20102/2015-II/slides/Texto%207%20-%20MAT%20102%20-%202015-II.pdf. Acessado em 04 de mar. de 2021.

GEOGEBRA, Instituto. **O que é o geogebra?** UESB, 2014. Disponível em:<http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7>. Acessado em 29 de out. de 2020.

IBRAHIM, Soraia Abud. **A apropriação dos significados de polinômios: um estudo na perspectiva da teoria histórico-cultural.** 2015. Disponível em: https://repositorio.uniube.br/handle/123456789/1035. Acessado em: 13 de mar. De 2021.

MARQUES, Vanessa Priscila Nicolussi. **Polinômios e aproximações de função**. 2017.Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade de São Paulo. São Paulo.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. 2009. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf. Acessado em 06 de fev. de 2021.

SOARES, Luis Havelange. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do GeoGebra no estudo de funções**. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, v. 1, n. 1, 2012. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/8923/6598. Acessado em: 20 de mar. De 2021.

TEIXEIRA, Mariane Mendes. **Exercícios sobre movimento de queda livre e lançamento vertical**. "Mundo Educação". Disponível em: https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-fisica/exercicios-sobre-movimento-queda-livre-lancamento-vertical.htm#resposta-1003. Acessado em 09 de mar. de 2021.

APÊNDICE B – Questionário 1: Avalição diagnóstica

1. Você gosta de estudar Matemática?

( ) Gosto muito ( ) Gosto pouco ( ) Não gosto

2. Você tem facilidade para aprender Matemática?

( ) Tenho muita ( ) Tenho pouca ( ) Não tenho

3. Você gosta de tecnologias?

( ) Gosto muito ( ) Gosto pouco ( ) Não gosto

4. Você acha importante o uso de recursos tecnológicos nas aulas de Matemática?

( ) Sim ( ) Pouco importante ( ) Não

5. Utiliza software ou aplicativo na resolução de atividades matemáticas?

( ) Sim ( ) Não ( ) Pouco ( ) Muito

6. Você já estudou o conteúdo de polinômios? ( ) Sim ( ) Não
Se sim, lembra o que é um polinômio? Defina-o.

_____

_____

7. Você conhece alguma aplicação prática de polinômio? ( ) Sim ( ) Não
Se sim, qual _____

_____

8. Você conhece o *software* geogebra? ( ) Sim ( ) Não
Se sim, já utilizou em alguma situação de sala de aula? Quais?

_____

_____

APÊNDICE C - Questionário 2: Avaliação das atividades desenvolvidas

Dupla: _____

1. Quais foram as primeiras ideias abordadas para o desenvolvimento das atividades?

2. Quais as dificuldades enfrentadas pela dupla na resolução das atividades?

3. Escreva o que você aprendeu sobre o conteúdo de polinômios.

4. O que fez você conhecer/aprender melhor sobre polinômios e por que?

5. Qual foi a importância da utilização do *software* geogebra? Contribuiu para a aprendizagem da dupla?

APÊNDICE D – Ficha de observação

Data:__/__/____Local:_____Horário:____:____às____:____

Atividade executada:_____

1. Intervenções.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____
-

2. Principais dúvidas e questionamentos.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____

3. Estratégias e/ou soluções alternativas.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____

4. Envolvimento da dupla na resolução das atividades.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____

5. Dupla com mais dificuldades.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____

6. Dupla com mais facilidades.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____

7. Outras observações.

( )D1 ( )D2 ( )D3 ( )D4 ( )D5 ( )D6 ( )D7 ( )D8

_____
_____
_____